

Mitteilung des Lehrstuhls für Stahlbeton- und Massivbau
 der Technischen Universität Braunschweig
 Leitung: o. Prof. Dr.-Ing. Karl Kordina

Zur näherungsweisen Bestimmung der Traglast schlanker Stahlbeton-
 stützen mit Rechteckquerschnitt bei schiefer Biegung mit Achsdruck

Dr.-Ing. K. Rafla

BIBLIOTHEK
 Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz
 der Technischen Universität Braunschweig
 Beethovenstraße 52
 D-3300 Braunschweig

Braunschweig 1969

Bezeichnungen

b	Querschnittsbreite
d	Querschnittshöhe
L_K	Knicklänge
e_x	Lastausmitte in x-Richtung
e_y	Lastausmitte in y-Richtung
e	$= \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$
k_x	$= \frac{b}{6}$ Kernweite in x-Richtung
k_y	$= \frac{d}{6}$ Kernweite in y-Richtung
k_r	$= \left[1 / \left[\left(\frac{\cos \vartheta}{k_x} \right)^n + \left(\frac{\sin \vartheta}{k_y} \right)^n \right] \right]^{1/n}$
i_r	$= \sqrt{\frac{d^2}{12} \cos^2 \alpha + \frac{b^2}{12} \sin^2 \alpha}$
F_b	$= b \cdot d$
F_e	Querschnittsfläche der Gesamtlängsbewehrung
N_K	Traglast
σ_K	$= \frac{N_K}{b \cdot d}$
β_R	rechn. Druckfestigkeit des Betons
Bn	Beton-Nenngüte
β_s	Fließgrenze für Stahl
$\mu_{\text{ges.}}$	$= \frac{F_e}{b \cdot d}$ Gesamtbewehrungsgehalt
m_r	$= \frac{e}{k_r}$ bezogene Lastausmitte
λ_r	$= \frac{L_K}{i_r}$ Stützenschlankheit
$\tan \vartheta$	$= \frac{e_y}{e_x}$
$\tan \alpha$	$= \frac{e_x}{e_y} \left(\frac{d}{b} \right)^2$
n	Exponent zur Bestimmung von k_r (siehe Bild 7)

• Allgemeines, Aufgabenstellung

Die Ermittlung der Tragkraft N_k der in den Bildern 1 und 2 dargestellten, am Hebelarm e parallel zur Stabachse belasteten Stütze aus nicht-ideal-elastischem Baustoff führt auf ein Stabilitätsproblem ohne Gleichgewichtsverzweigung.

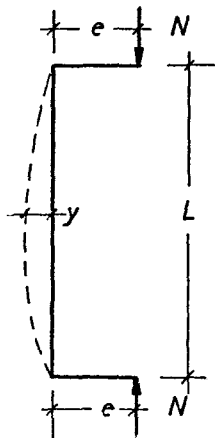


Bild 1

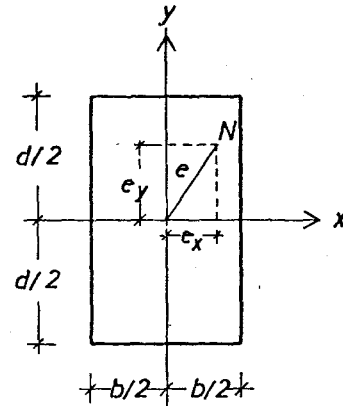


Bild 2

Im Gegensatz zur einachsigen Biegung greift bei zweiachsiger (schiefer) Biegung die Druckkraft N nicht mehr in einer der Hauptachsen x bzw. y des Rechteckquerschnitts an. Der Angriffspunkt der Druckkraft N an den Stabenden ist gegenüber den Hauptachsen des Querschnitts durch die Abstände e_x und e_y festgelegt. Die Richtung der Nulllinie ist zunächst unbekannt. Schon für gedrungene Stützen ohne fühlbare Ausbiegung führt der einfache Spannungsnachweis für diesen Lastfall zu erheblichen Schwierigkeiten, die bei schlanken Stützen durch die Einbeziehung der Verformungen nach Theorie II.Ordnung noch wesentlich erhöht werden.

Um den Erfordernissen der Praxis gerecht zu werden, wurden deshalb Näherungsverfahren zur Ermittlung der Knicksicherheit von Stahlbetonstützen bei schiefer Biegung mit Achsdruck entwickelt.

Kordina [1] schlug folgende Lösung vor:

Statt der Ausmittigkeiten m_x und m_y ($m = e/k$; k = Kernweite) wird eine Ausmittigkeit

$$m_r = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$$

eingeführt und die Stütze dafür nach beiden Hauptrichtungen bemessen, wobei

Abminderungsbeiwerte in der Größe von 0,8 - 0,9 eingeführt werden müßten. Diesem Verfahren lag die Vorstellung zugrunde, näherungsweise den Rechteckquerschnitt durch den flächengleichen Kreis zu ersetzen; die Näherung war vergleichsweise grob, die Ergebnisse befriedigten nicht hinreichend (siehe Anlage 19 und 20).

Habel [2] schlug eine einfache Näherungslösung vor, die das von Jäger [3] eingeführte Verfahren der Ausweichzahlen ω_k verwendet. Danach wird die Knickgefahr durch Einführung einer vergrößerten Ersatzlast $\omega_k N$ berücksichtigt und der übliche Spannungsnachweis erbracht.

Nach der "Vorläufigen Neufassung von DIN 1045, § 27, Abschnitt 2 d" (März 1966) [4] darf der Knicksicherheitsnachweis bei schiefer Biegung mit Achsdruck getrennt für jede der beiden Richtungen geführt werden.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es,

- zu zeigen, daß das in DIN 1045 bisher vorgesehene Bemessungsverfahren für schlanke Stahlbetondruckglieder unter schiefer Biegung mit Achsdruck nicht befriedigt und
- ein verbessertes Näherungsverfahren zur Berechnung der Tragfähigkeit von schief-ausmittig gedrückten Stützen zu entwickeln, wobei auf bereits vorhandenen Bemessungsgrundlagen für einachsiges Biegeknicken [1,5] aufzubauen ist.

2. Rechenvoraussetzungen

Den Untersuchungen liegen folgende Voraussetzungen zugrunde:

- Rechteckquerschnitt
- beidseits gelenkig gelagerter Stab mit konstantem Querschnitt
- Ebenbleiben der Querschnitte
- je Querschnittsseite $1/4 \sum F_e$ (Vergl. z. B. Anlage 14)

- Spannungsverteilung in der Betondruckzone nach Bild 3
- idealisierte Spannungs-Dehnungslinie des Stahles mit einer Streckgrenze $\beta_s = 2400 \text{ kp/cm}^2$ für St I; $\beta_s = 4200 \text{ kp/cm}^2$ für St III (Bild 4)
- Knickfigur entspricht der tatsächlichen Biegelinie
- Knicken senkrecht zur Biegeebene sowie Biegedrillknicken werden nicht berücksichtigt
- Schwerpunktabstand der Stahleinlagen vom Querschnittsrand $= 0,1 b$ bzw. $0,1 \cdot d$
- die Druckkraft N greift auf einer Querschnittsdiagonalen an (ungünstigster Fall); bekanntlich ist die Nulllinie in diesem Falle parallel zur anderen Diagonalen.

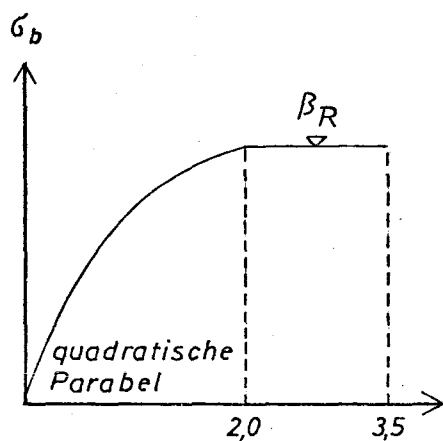


Bild 3

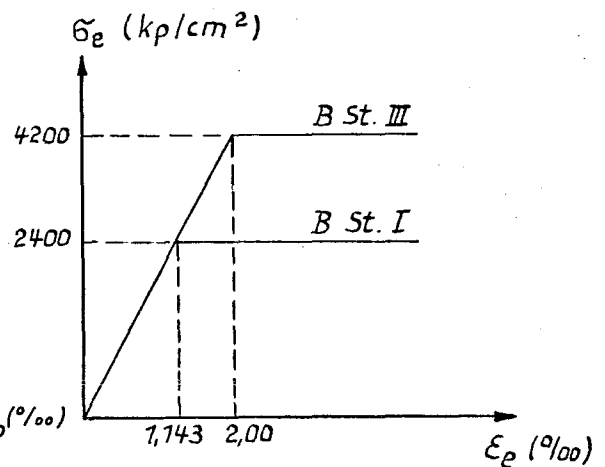


Bild 4

3. Rechengang

Das Berechnungsverfahren selbst soll hier nur kurz beschrieben werden, weil es in ähnlicher Form schon an anderer Stelle [6, 7, 8] ausführlich erörtert wurde.

3.1 Bestimmung der inneren Momente M_i für verschiedene zunächst willkürlich angenommene Dehnungen der Eckfasern (Bild 5).

Für bestimmte Grundspannungen $\sigma_o = \frac{N}{F}$ werden zu beliebig ge-

wählten Dehnungen der Eckfasern an Hand der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons und der Spannungs-Dehnungs-Linie des Stahles die inneren Momente M_i ermittelt.

3.2 Bestimmung der möglichen Gleichgewichtsfiguren für bestimmte Grundspannungen.

Da bei den Momenten-Krümmungs-Beziehungen mit einer konstanten Grundspannung gerechnet wird, gilt für jedes σ_0 der Zusammenhang

$$k = f_1(y)$$

Setzt man für die Krümmung $k = -y''$, so erhält man die D. Gl.

$$-y'' = f_1(y)$$

Daraus kann durch zweimalige numerische Integration die gesuchte Gleichgewichtsfigur bestimmt werden.

3.3 Ermittlung der kritischen Stablänge (L_k) für bestimmte Grundspannungen σ_0 und bestimmte Exzentrizitäten e .

(L_k) ist als Extremstelle der Lösungskurven $L = f_2(y)$ zu bestimmen

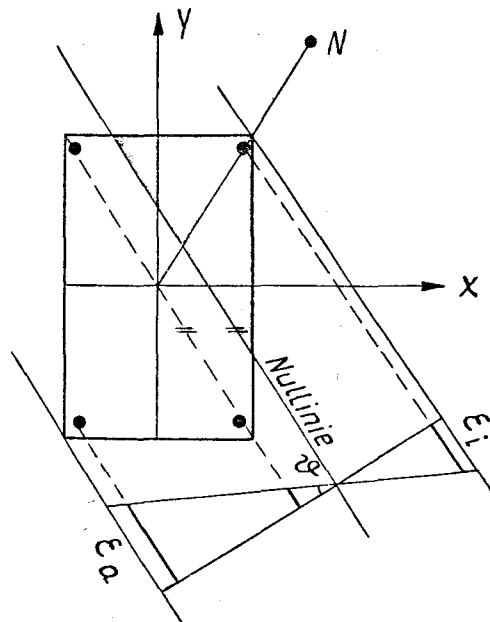


Bild 5

4. Durchgeführte Untersuchung

In der vorliegenden Untersuchung wurden folgende Einflußgrößen variiert:

- Stahlgüte (BSt I und BSt III)
- Betongüte
- Querschnittsform (Quadrat $b/d = 1$, Rechteck $b/d = 1/2$)
- Bewehrungsanordnung: an den Ecken konzentrierte Bewehrung (4 Stäbe) bzw. über den Umfang verteilte Bewehrung (16 Stäbe).
- Bewehrungsgehalt

Der Gesamtbewehrungsgehalt wurde in folgender Form eingeführt

$$\mu_{\text{ges.}} = 16 \alpha \beta_R,$$

wobei β_R die rechnerische Druckfestigkeit des Betons in Mp/m^2 bedeutet (Bild 3).

Zum Vergleich der Traglasten ist der absolute Betrag von β_R uninteressant, wenn sämtliche Traglastkurven auf β_R bezogen werden. Für die Berechnung von Traglasten nach den hier beigefügten Diagrammen darf für β_R gesetzt werden:

$$\beta_R = 0,7 \beta_{\text{Bn}} = 0,7 \beta_{\text{w 28}}$$

(vergleiche DIN 1045 E, 1968).

Der Faktor 0,7 entsteht aus

$$\frac{\beta_{\text{Prisma}}}{\beta_{\text{Würfel}}} \cdot \alpha_D \approx 0,85 \cdot 0,82 = 0,7,$$

wobei α_D den festigkeitsmindernden Einfluß einer ruhenden Dauerlast beschreibt.

Zur Nachrechnung von Kurzzeit-Laborversuchen wird man dagegen i.d.R.

$$\beta_R = 0,85 \cdot \beta_w$$

setzen.

Für den Beiwert α wurden 4 Werte untersucht:

$$\alpha = 0; \quad \approx 0,125 \cdot 10^{-6}, \quad = 0,50 \cdot 10^{-6}, \quad = 2,0 \cdot 10^{-6}$$

Damit sind alle praktisch vorkommenden Bewehrungsprozente erfaßt:

$\mu = \Sigma F_e / F_b = 0\%$ bis $\mu \approx 4\%$ für niedrige Betongüten bzw. $\mu = 15\%$ für hochwertige Betone.

Für Stützen unter schiefer Biegung mit Achsdruck wurden 32 Knickdiagramme aufgestellt, um die vorerwähnten Einflüsse zu erfassen. Für einachsiges Biegeknicken wurden 16 zugehörige Knickdiagramme abgeleitet.

5. Rechenergebnisse

5.1 Überprüfung der z. Z. noch gültigen Vorschrift DIN 1045 § 27, Abschnitt 2 d

Zunächst war festzustellen, ob das in DIN 1045 § 27, Abschn. 2 d (Fassung März 1966) gestattete Näherungsverfahren bei Knickgefahr nach zwei Richtungen ausreicht. Zur Veranschaulichung wurde die auf β_R bezogene Knickspannung σ_k gegenüber der Ausmittigkeit e für verschiedene Stützenlängen aufgetragen. Ein Auszug dieser Ergebnisse ist auf Anlage 1 - 4 wiedergegeben.

Die durchgezogenen Linien stellen die Knickspannungen unter Berücksichtigung der tatsächlichen Spannungs- und Dehnungsverhältnisse dar. Die gestrichelten Kurven entsprechen dem Näherungsansatz in DIN 1045 § 27, wobei des korrekten Vergleiches wegen der Bestimmung von σ_k die einachsige Beanspruchung zugrunde gelegt wurde. Die Bilder 1 - 4 lassen erkennen, daß bei quadratischem Querschnitt die gestrichelten Linien immer oberhalb der durchgezogenen liegen; d. h., daß dieser Näherungsansatz die Knicksicherheit von in zwei Richtungen knickgefährdeten Stützen überschätzt. Die Größe der Abweichungen zwischen den beiden

Verfahren hängt, wie aus Anlage 1 - 4 ersichtlich ist, in erster Linie von der Schlankheit der Stütze sowie von der Ausmittigkeit der Druckkraft ab. Die größten Abweichungen treten bei gedrunge-
nen Stützen auf; je schlanker die Stütze, umso kleiner ist der Fehler und umso genauer beschreibt das Näherungsverfahren das Tragverhalten der schief-ausmittig gedrückten Stütze. Bei sehr kleinen Exzentrizitäten ($m \leq 0,5$) ist die Abweichung kaum spürbar ($\leq 10\%$), nimmt aber mit zunehmender Ausmittigkeit zu. Nur bei sehr großer Exzentrizität klingt die Differenz wieder etwas ab.

Stahlgüte, Bewehrungsgehalt sowie Bewehrungsanordnung beeinflussen kaum die allgemeine Tendenz der Abweichungen.

Es muß allerdings eingeräumt werden, daß das Bemessungsverfahren der DIN 1045 bei der Ermittlung der zulässigen Lasten noch erhebliche Sicherheiten enthält, die vor allem durch vorsichtig gewählte Δm -Werte unter Einbeziehung einer ungewollten Ausmittigkeit gegeben sind. Außerdem muß ja stets auch ein Spannungsnachweis - ohne Verformungsmomente - geführt werden, der bei gedrunge-
nen Stützen zu kleineren zulässigen Lasten führt als der näherungsweise Knicksicherheitsnachweis für einfache Biegung mit Achsdruck. Hierdurch werden die größten Abweichungen dieses Näherungsverfahrens vermieden.

5.2 Entwicklung einer zutreffenderen Näherungsmethode

Es erscheint somit notwendig, ein verbessertes Näherungsverfahren zu entwickeln; dieses neue Näherungsverfahren sollte möglichst einfach sein und sich auf die Verwendung der bereits vorhandenen $\sigma_k - \lambda$ Tabellen für einachsige Biegung beschränken. Unter Einführung einer ideellen Größe für die Schlankheit λ_r und einer bezogenen Ausmittigkeit m_r soll die Knicklast einer schief-ausmittig gedrückten Stütze erfaßt werden können.

Die erforderlichen Rechenbeiwerte λ_r und m_r werden nachfolgend abgeleitet:

5.2.1 Ermittlung von λ_r

Eine gewisse Schwierigkeit bereitet die Annahme des Trägheitshalbmessers i_r im Ausdruck für die Schlankheit $\lambda_r = L_k / i_r$. Bei einachsiger Biegung mit Normalkraft versteht man unter i den in die Richtung des Ausknickens fallenden Trägheitshalbmesser (also $d / \sqrt{12}$ bzw. $b / \sqrt{12}$). Sinngemäß gilt bei zweiachsiger Biegebeanspruchung der in Knickrichtung (d. h. senkrecht zur Nulllinie) fallende Wert i_r der Trägheitsellipse (Bild 6).

Da die Richtung der Nulllinie bei Stahlbetonbauteilen zunächst unbekannt ist, wird hier von der Näherung Gebrauch gemacht, diese Richtung unter der Voraussetzung eines homogenen, isotropen Werkstoffes zu bestimmen. Aus der Festigkeitslehre ist bekannt, daß sich bei schiefer Biegung mit und ohne Normalkraft die Neigung der Nulllinie α gegen die x-Achse mit dem Ausdruck

$$\tan \alpha = \frac{e_x}{e_y} \left(\frac{i_x}{i_y} \right)^2 = \frac{e_x}{e_y} \left(\frac{d}{b} \right)^2 \quad (1)$$

errechnen läßt.

Das Trägheitsmoment eines unbewehrten Rechteckquerschnittes um die r-Achse beträgt

$$I_r = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha$$

Daraus ergibt sich:

$$\begin{aligned} i_r = \sqrt{\frac{I_r}{F}} &= \sqrt{(I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha) / bd} \\ &= \sqrt{\frac{d^2}{12} \cos^2 \alpha + \frac{b^2}{12} \sin^2 \alpha} \end{aligned} \quad (2)$$

5.2.2 Ermittlung von m_r

Um eine vom Querschnitt unabhängige Größe zu erhalten, wird die auf den Rechenwert k_r bezogene Ausmittigkeit m_r eingeführt:

$$m_r = \sqrt{\frac{e_x^2 + e_y^2}{k_r^2}}$$

k_r kann dabei nach einem empirisch gefundenen Ansatz

$$k_r^n = \frac{1}{\left(\frac{\cos \varphi}{k_x}\right)^n + \left(\frac{\sin \varphi}{k_y}\right)^n} \quad (3)$$

dargestellt werden, wobei

$$\tan \varphi = \frac{e_y}{e_x} ; \quad k_x = b/6 ; \quad k_y = d/6$$

bedeuten.

Für $n = 1$ vereinfacht sich Gl. (3) zu

$$k_r = \frac{1}{\frac{\cos \varphi}{k_x} + \frac{\sin \varphi}{k_y}} \quad (4)$$

Für den Fall $n = 1$ stimmt der ermittelte k_r -Wert mit der in die Spur der Momentebene fallenden Kernweite des homogenen Rechteckquerschnitts überein.

In Bild 7 sind k_r -Werte in Abhängigkeit vom Exponenten n schematisch dargestellt. Die Untersuchung zeigte, daß nur n -Werte zwischen 1 und 2 von Bedeutung sind. Für $n = 1$ liegt eine lineare Beziehung vor. Mit $n = 2$ ergibt sich eine Ellipse, die beim quadratischem Querschnitt in einen Kreis übergeht.

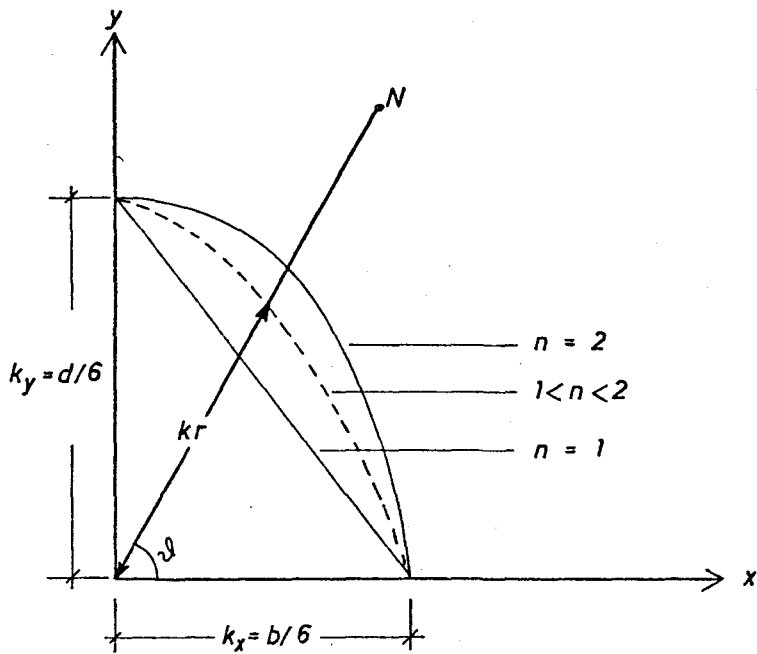


Bild 7

Es hat sich ferner gezeigt, daß der Exponent n nur in Abhängigkeit von Bewehrungsgehalt und Betongüte angegeben werden muß. Die übrigen untersuchten Parameter (Stahlgüte, Bewehrungsanordnung sowie Seitenverhältnis $b:d$) beeinflussen kaum die Genauigkeit des Näherungsverfahrens. Weiter wurde festgestellt, daß die Beziehung zwischen n und $\mu_{\text{ges}} / \beta_R$ logarithmisch dargestellt werden kann. (vergl. Anlage 5).

Es gilt:

$n = 1$ für sehr stark bewehrte Stützen

$$\text{mit } \frac{\mu_{\text{ges}} \cdot 10^6}{\beta_R [\text{Mp/m}^2]} = 50 ;$$

$n = 2$ für sehr schwach bewehrte Stützen

$$\text{mit } \frac{\mu_{\text{ges}} \cdot 10^6}{\beta_R [\text{Mp/m}^2]} = 0,10 .$$

Da sich n meist als Dezimalzahl ergibt und damit die Auswertung der Gleichung (3) aufwendig wird, wurde k_r für die Seitenverhältnisse $d/b = 1; 1,5; 2,0$ graphisch aufgetragen (Anlage 6 - 8); damit ist

es möglich, mit dem aus dem Bewehrungsgehalt und β_R ermittelten n und dem bekannten Seitenverhältnis d/b den k_r -Wert unmittelbar abzulesen.

Nachfolgend soll die gute Übereinstimmung des neuen Näherungsverfahrens mit der genauen Berechnung gezeigt werden; zu diesem Zweck wurden für drei verschiedene Schlankheiten ($\lambda_r = 48,9; 97,8$ und $146,7$) die auf die Betonfestigkeit β_R bezogenen Knickspannungen σ_k in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmittigkeit $m_r = \frac{e}{k_r}$ der Druckkraft angegeben (Anlage 9 - 16).

Die Übereinstimmung der neuen Näherungslösung mit der genauen kann für die in der Praxis normalerweise vorkommenden Bewehrungsverhältnisse als gut bezeichnet werden.

Für extreme Bewehrungsverhältnisse (unbewehrte bzw. sehr stark bewehrte Stützen) wird die Übereinstimmung schlechter. Es ist aber hierbei zu betonen, daß die Näherungslösung auf der sicheren Seite liegt.

Bei $\mu_{\text{ges}} = 8 \cdot 10^{-6} \beta_R$ d.h. $\mu_{\text{ges}} = 0,84\%$ für B 200 oder $\mu_{\text{ges}} = 3,08\%$ für B 600 - beträgt die maximale Abweichung zwischen der Näherungslösung und der genauen etwa 12%.

5.2.3 Anweisung für die praktische Durchführung

a) Bestimmung der bezogenen Ausmittigkeit $m_r = \frac{e}{k_r}$ (vgl. Bild 6),

$$e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}, \quad k_r^n = \frac{1}{\left(\frac{\cos \varphi}{k_x}\right)^n + \left(\frac{\sin \varphi}{k_y}\right)^n}$$

$$\tan \varphi = e_y / e_x, \quad k_x = b/6, \quad k_y = d/6$$

Der dem Wert μ_{ges}/β_R zugehörige Exponent n ist aus Anlage 5 zu entnehmen. Mit Hilfe der Darstellungen in den Anlagen 6 - 8 wird die Auflösung der etwas umständlichen Gleichung (3) umgangen und der k_r -Wert unmittelbar abgelesen.

Da der Exponent n von dem zunächst unbekannten Bewehrungsgehalt abhängt, muß der richtige Wert k_r durch Versuchsrechnung gefunden werden (Iteration). Da eine derartige Iteration noch relativ aufwendig ist, kann auch $n = 1$ gesetzt werden. Der Fehler steigt dann bis max. 25 % an, bleibt aber auf "der sicheren Seite". (Vergl. Anlagen 17 und 18)

b) Ermittlung des in Knickrichtung liegenden Trägheitshalbmessers

i_r aus

$$i_r = \sqrt{\frac{d^2}{12} \cos^2 \alpha + \frac{b^2}{12} \sin^2 \alpha},$$

wobei

$$\tan \alpha = \frac{e_x}{e_y} \left(\frac{d}{b}\right)^2.$$

Die Stützenschlankheit ergibt sich damit zu:

$$\lambda_r = \frac{L_{k,r}}{i_r} \quad \text{wobei} \quad L_{k,r} = L_{k,x} = L_{k,y}.$$

c) Der Knicksicherheitsnachweis kann dann nach den üblichen Bemessungsvorschriften für einachsiges Biegeknicken mit Hilfe der bezogenen Rechengrößen für die Ausmittigkeit und die Schlankheit geführt werden, wobei i. a. Bemessungsbehefte für Querschnitte mit gleichmäßig um den Umfang verteilter Bewehrung verwendet werden sollten. Besteht die Bewehrung einer Stütze aus 4 Eckstäben, so dürfen die üblichen Tabellen für $\mu_d = \mu_z = \frac{\mu_{\text{ges}}}{2}$ benutzt werden.

6. Kritik zur vorgeschlagenen Näherungsmethode

6.1 Wie gezeigt wurde, müßte zunächst μ_{ges} geschätzt werden; wird vereinfachend $n=1$ gesetzt, kann k_r aus Gleichung (4) sofort bestimmt werden. Die Ergebnisse mit $n=1$ liegen immer auf der sicheren Seite (vergl. Anlagen 17 und 18).

6.2 Die Annahme, daß die Druckkraft N stets auf einer Diagonalen des Rechtecks liegt, ist nicht als Einschränkung der Näherungslösung zu betrachten, weil in diesem Falle die ungünstige Wirkung der Schiefe am ausgeprägtesten ist. Bei beliebig anderen Angriffspunkten der Druckkraft nähert sich die Form der Druckzone einem Trapez, das bei einachsiger Biegung in ein Rechteck übergeht.

Diese Näherungslösung gilt für beliebige Momentenebenen; sie geht im Grenzfall nahtlos in die einachsige Biegung über:

Es gilt für:

$$e_y = 0, \quad \varphi = 0$$

$$k_r^n = \frac{1}{\left(\frac{\cos \alpha}{k_x} + \frac{\sin \alpha}{k_y} \right)^n} = k_x^n \rightarrow k_r = k_x$$

$$k_r = k_x = b/6$$

$$\tan \alpha = \frac{e_x}{e_y} \left(\frac{d}{b} \right)^2 = \infty \rightarrow \alpha = 90^\circ$$

$$i_r = \sqrt{\frac{d^2}{12} \cos^2 90 + \frac{b^2}{12} \sin^2 90} = \frac{b}{\sqrt{12}} = i_y$$

6.3 Bei der Entwicklung der theoretischen Lösung blieb der Einfluß der Verdrillung auf die Tragfähigkeit der Stütze unberücksichtigt. Diese Vernachlässigung führt zu etwas überhöhten Traglasten. Vergleichbare Untersuchungen bei einachsiger Biegebeanspruchung [9] haben jedoch gezeigt, daß diese Vereinfachung noch statthaft ist, da der Fehler klein bleibt. Es ist aber denkbar, daß der Einfluß der Verdrillung auf die Traglast bei schiefer Biegung etwas spürbarer als bei einachsiger Biegung wird, weswegen zusätzliche Sicherheiten durch Festlegung von $n = 1$ erwünscht sind.

Bei Ableitung der Lösung wurde ferner angenommen, daß sich die gedrückte Stütze senkrecht zur Richtung der Nulllinie durchbiegt. Bei sehr kleinen Ausmittigkeiten kann aber die Stütze auch in anderer Richtung als in der vorgeschriebenen ausknicken. Deshalb empfiehlt es sich, bei kleiner Exzentrizität auch Knicksicherheitsnachweise für einfache Biegung mit Achsdruck zu führen.

6.4 Für die Ermittlung der Schlankheit $\lambda_r = L_k / i_r$ einer Stütze ist die Kenntnis der Knicklänge L_k erforderlich. Liegt schiefe Biegebeanspruchung vor und besitzt die Stütze verschiedene Knicklängen ($L_{k,x} \neq L_{k,y}$), wäre eine Ersatzknicklänge $L_{k,r}$ einzuführen. Das jedoch müßte Gegenstand einer weiteren Untersuchung sein; das beschriebene Näherungsverfahren ist nur auf Fälle mit $L_{k,x} \cong L_{k,y}$ anzuwenden.

7. Vergleich mit Versuchsergebnissen

In Tafel 1 und 2 wurden die Ergebnisse der Kurzzeitversuche an schief ausmittig gedrückten Stützen nach [10] und [11] wiedergegeben.

Außerdem wurden die Rechengrößen $m_r = \frac{e}{k_r}$ und $\lambda_r = \frac{LK}{i_r}$ sowie die rechnerischen Traglasten angegeben.

Die für die Nachrechnung der Versuche benötigten Traglasten schlanker, ausmittig gedrückter Stützen sind aus [12] entnommen worden. Die auf β_R b. d bezogenen Traglasten wurden für verschiedene e/d (bezog. Lastausmitte) und s_k/d (bezog. Knicklänge) nach der strengen Lösung programmgesteuert ermittelt. Als Parameter wurden die Stahlfließgrenzen β_s , der bezogene Bewehrungsgehalt $\omega = \mu_z \frac{\beta_s}{\beta_R} = \mu_d \frac{\beta_s}{\beta_R}$ sowie der Abstand der Druck- und Zugbewehrung gewählt.

Diese Traglasttabellen eignen sich besonders gut für die Nachrechnung von Versuchen, weil die Traglasten für beliebige Betonfestigkeiten β_R angegeben wurden.

Zu diesem Zweck wurde für β_R die Prismenfestigkeit β_P angesetzt, die im Versuch ermittelt wurde. Leider enthält der Versuchsbericht von Gaede [10] keine Angaben über β_P . Daher wurde für die Nachrechnung dieser Versuchsreihe $\beta_R = 0,85 \beta_W$ angenommen.

Um nun die Nachrechnung der Versuche zu ermöglichen, müssen die Ausdrücke für m_r und λ_r wie folgt angegeben werden:

$$\begin{aligned} m_r = \frac{e}{k_r} &= \frac{6e}{b} \left[\cos^n \vartheta + \left(\frac{b}{d} \right)^n \sin^n \vartheta \right]^{1/n} \\ &= 6 \cdot \frac{e}{b} \cdot K_1, \end{aligned}$$

$$\text{wobei } K_1 = \left[\cos^n \vartheta + \left(\frac{b}{d} \right)^n \sin^n \vartheta \right]^{1/n} \text{ ist}$$

$$\lambda_r = \frac{L}{i_r} = 3,46 \frac{L_K}{b} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \alpha + \frac{d^2}{b^2} \cos^2 \alpha}}$$

$$= 3,46 \frac{L_K}{b} \cdot K_2$$

$$\text{wobei } K_2 = 1 / \sqrt{\sin^2 \alpha + \frac{d^2}{b^2} \cos^2 \alpha} \text{ ist.}$$

Danach ist die bezogene Lastausmitte e/b mit K_1 und die bezogene Knicklänge L_K/b mit K_2 zu multiplizieren, bevor sie in die Traglasttabellen eingeführt werden.

Die Ergebnisse der Nachrechnung der Knickversuche nach [10] und [11] wurden auf Anlage 21 und 22 dargestellt. Angegeben ist jeweils das Verhältnis q von rechnerischer Traglast $N_{K,r}$ und der im Versuch gemessenen Traglast $N_{K,v}$ außerdem der Mittelwert m der Werte q und deren Standardabweichung s und der Variationskoeffizient v .

$$m = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n q_i$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (q_i - m)^2}{(n - 1)}}$$

$$v = \frac{s}{m}$$

Zusammenfassend kann die Schlußfolgerung gezogen werden, daß das hier entwickelte Näherungsverfahren zur Bestimmung der Traglast schlanker Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitt bei schiefer Biegung mit Achsdruck nicht nur gute Übereinstimmung mit der theoretischen Lösung, sondern auch mit Versuchsergebnissen zeigt.

8. Anwendungsbeispiel

Die im Abschn. 5.2.3 dieses Aufsatzes angegebenen Anweisungen für die praktische Durchführung des Knicksicherheitsnachweises sollen anhand eines Zahlenbeispiels näher erläutert werden.

Vorgegeben sei eine schlanke Stahlbetonstütze mit einem Rechteckquerschnitt $b/d = 20/30$ cm und Knicklängen $L_{kx} = L_{ky} = 550$ cm.

Die im Gebrauchszustand auftretenden Schnittkräfte seien

$$N = 10,0 \text{ Mp},$$

$$M_x = 1,195 \text{ Mpm},$$

$$M_y = 1,195 \text{ Mpm}.$$

Es wird Beton der Güteklasse Bn 250 ($\beta_R = 0,7$ Bn = 175 kp/cm^2) in Verbindung mit BSt 42/50 ($\beta_s = 4200 \text{ kp/cm}^2$) verwendet.

Die Querschnittsbewehrung soll aus 4 Eckstäben bestehen, deren Randabstand $h'_b/b \approx h'_d/d \approx 0,10$ ist.

Gesucht sei der Bewehrungsgrad $\mu_{\text{ges}} = \frac{F_e}{bd}$.

Rechengang:

$$e_x = \frac{M_y}{N} = \frac{1,195}{10} = 0,1195 \text{ m}$$

$$e_y = \frac{M_x}{N} = \frac{1,195}{10} = 0,1195 \text{ m}$$

$$e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} = 0,169 \text{ m}$$

$$\tan \vartheta = \frac{e_y}{e_x} = \frac{M_x}{M_y} = 1,0 \quad ; \quad \vartheta = 45^\circ$$

Vereinfachend wird zunächst $n = 1$ gesetzt.

Aus Bild 12 für $d/b = 1,5$ wird abgelesen:

$$K_r = 0,845 K_x \quad \text{bei } \tan \vartheta = 1,0.$$

Aus Gl. (5) :

$$K_1 = \frac{K_x}{K_r} = \frac{1}{0,845} = 1,185.$$

Die Ersatzausmitte:

$$e_r = e \cdot k_1 = 0,169 \cdot 1,185 = 0,20 \text{ m} ;$$

$$e_r/b = \frac{0,20}{0,20} = \underline{\underline{1,0}}$$

(e_r ist immer auf b zu beziehen)

$$\tan \alpha = \frac{e_x}{e_y} \left(\frac{d}{b}\right)^2 = 1,5^2 = 2,25 ; \alpha \approx 66^\circ$$

$$\sin \alpha = 0,914 ; \cos \alpha = 0,406$$

Aus Gl. (6):

$$k_2 = 1 / \sqrt{\sin^2 \alpha + \frac{d^2}{b^2} \cos^2 \alpha} = 1 / \sqrt{0,914^2 + 1,5^2 \cdot 0,406^2} = 1 / \sqrt{1,211} = 0,908$$

Die Ersatzknicklänge

$$L_{k,r} = L_k \cdot k_2 = 5,50 \cdot 0,908 = 5,00 \text{ m}$$

$$\frac{L_{k,r}}{b} = \frac{5,00}{0,20} = \underline{\underline{25}}$$

($L_{k,r}$ ist immer auf b zu beziehen)

Für die weitere Berechnung werden Bemessungstabeln benötigt, die es für einen gegebenen Bewehrungsgehalt $\omega_{\text{ges}} = \mu_{\text{ges}} \frac{B_s}{B_n}$ gestatten, die der Schlankheit s_k/d und der Ausmitte e/d entsprechende, auf $b \leq 0,7 B_n$ bezogene Normalkraft N_{zul} abzulesen (vgl. Tafeln A → C).

Bei der Aufstellung dieser Tafeln wurden die Berechnungsgrundlagen im Abschnitt 17.4 der DIN 1045, Fassung April 1970 benutzt.

Aus Tafel B (St 42/50; $h_b'/b = h_d'/d = 0,1$; $\omega_{\text{ges}} = 0,14$) wird bei $s_k/d = L_{k,r}/b = 25$ und $e/d = e_r/b = 1,0$

$n_{\text{zul}} = 0,045$ abgelesen.

Sinngemäß aus Tafel C (St 42/50; $h_b'/b = h_d'/d = 0,1$; $\omega_{ges} = 0,56$) :

$$n_{zul} = 0,15.$$

Aus der vorgegebenen Druckkraft ergibt sich

$$n_{vorh} = \frac{N_{vorh}}{bd \cdot 0,7 B_n} = \frac{10\,000}{20 \cdot 30 \cdot 175} = 0,098$$

Der erforderliche Bewehrungsgehalt wird durch gradlinige Interpolation gewonnen:

$$\text{erf. } \omega_{ges} = 0,14 + \frac{0,56 - 0,14}{0,150 - 0,045} (0,098 - 0,045) = 0,352$$

$$\text{erf. } \mu_{ges} = \omega_{ges} \cdot \frac{B_n}{B_s} = 0,352 \cdot \frac{250}{4200} = 0,021 = \underline{\underline{2,1\%}}$$

$$F_e = \frac{2,1}{100} \cdot 20 \cdot 30 = 12,6 \text{ cm}^2 ; \text{ gewählt } 4 \varnothing 20$$

Der Ermittlung des Bewehrungsgehaltes wurde einfachheitshalber $n = 1$ zugrundegelegt. Nun wollen wir mit einem geschätzten $\mu_{ges} \approx 2\%$ den Rechengang wiederholen, wobei der richtige Wert von n angesetzt werden soll.

Aus Bild 10 wird für

$$\frac{\mu_{ges} \cdot 10^6}{B_R [\text{Mp/m}^2]} = \frac{0,02 \cdot 10^6}{1750} = 11,43$$

der zugehörige Exponent n zu $n \approx 1,23$ abgelsen.

Nachfolgend sollen nur die Endergebnisse wiedergegeben werden.

$$K_1 = \frac{1}{0,965} = 1,037 ; \quad e_r = 0,169 \cdot 1,037 = 0,175 \text{ m}$$

$$e_r/b = \frac{0,175}{0,20} = 0,875$$

$$L_k/b = 25$$

$$\text{Aus Tafel B : } \omega_{ges} = 0,14$$

$$n_{zul} = 0,050$$

Aus Tafel C: $\omega_{\text{ges}} = 0,56$

$$n_{\text{zul}} = 0,170$$

$$\text{erf } \omega_{\text{ges}} = 0,14 + \frac{0,56 - 0,14}{0,17 - 0,05} (0,098 - 0,050) = 0,308$$

$$\text{erf. } \mu_{\text{ges}} = 0,308 \cdot \frac{250}{4200} = 0,0184 = 1,84 \%$$

$$\text{Differenz} = \frac{2,10 - 1,84}{1,84} \cdot 100 = 14,1 \%$$

Auf einige Schlußbemerkungen soll noch hingewiesen werden:

- 1.) Mit b soll die Seitenlänge in Richtung der x -Achse bezeichnet werden, unabhängig davon, ob $b/d < 1$ oder > 1 ist.
- 2.) Für die Fälle mit beliebiger Verteilung der Bewehrungsstäbe um den Umfang sollten ebenfalls ähnliche Bemessungstabellen aufgestellt werden, die z.Z. leider noch fehlen. Jedoch bereitet ihre Aufstellung gar keine Schwierigkeit.

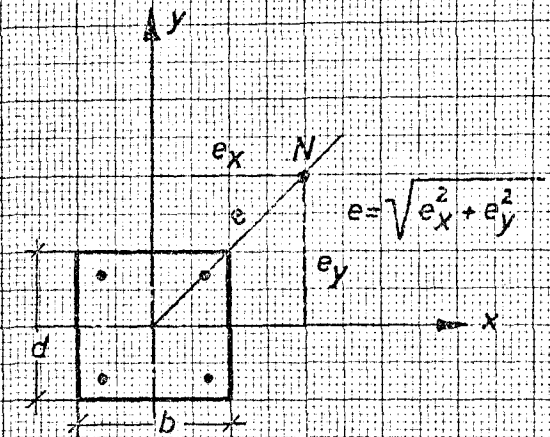
Literaturverzeichnis

=====

- [1] Kordina, K. Stabilitätsuntersuchungen an Beton- und Stahlbetonsäulen
Dissertation München 1956
- [2] Habel, A. Knickberechnung von Stahlbetonsäulen mit Rechteckquerschnitt bei zweiachsig ausmittiger Normalkraft
VDI-Zeitschrift 104 (1962)
- [3] Jäger, K. Die Bemessung schlanker Stahlbetonstützen auf ausmittigen Druck
Beton- und Stahlbetonbau 1955
- [4] Vorläufige Neufassung von DIN 1045 § 27, Abschnitt 2 d (geänderte Fassung März 1966)
Abgedruckt im Beton-Kalender 1967, Teil 1, Seite 727
- [5] Kordina, K. Der Knicksicherheitsnachweis von Stahlbetonstützen
Quast, U. (noch nicht veröffentlicht)
- [6] Habel, A. Berechnung der Tragfähigkeit von Eisenbetonsäulen auf n-freier Grundlage
Beton und Eisen 1939
- [7] Habel, A. Die Tragfähigkeit ausmittig gedrückter Stahlbetonsäulen
Beton- und Stahlbetonbau 1953
- [8] Chwalla, E. Theorie des ausmittig gedrückten Stabes aus Baustahl
Der Stahlbau 1934
- [9] Rafla, K. Biegedrillknicken von ausmittig gedrückten Stahlbetonstützen
(noch nicht veröffentlicht)
- [10] Gaede, K. Knicken von Stahlbetonstäben mit quadratischem Querschnitt in Richtung einer Diagonalen unter Kurz- und Langzeitbelastung
Mitteilung aus dem Institut für Materialprüfung der TU Hannover, Heft 7, 1968
- [11] Kordina, K. Traglastversuche an Stahlbetonstützen unter schiefer Biegung mit Achsdruck
(noch nicht veröffentlicht)
- [12] Quast, U. Bemessung ausmittig gedrückter Stahlbetonstützen mit symmetrisch bewehrtem Rechteckquerschnitt
Mitteilung des Lehrstuhls für Stahlbeton- und Massivbau der TU Braunschweig, Jan. 1969

$$\mu_{ges} = 2 \cdot 10^{-6} \beta_R \left[t/m^2 \right]; BSt I$$

$$b/d = 0,707 / 0,707 \text{ m}$$



$L = 10 \text{ m } (\lambda \approx 50)$

$L = 20 \text{ m } (\lambda \approx 100)$

$L = 30 \text{ m } (\lambda \approx 150)$

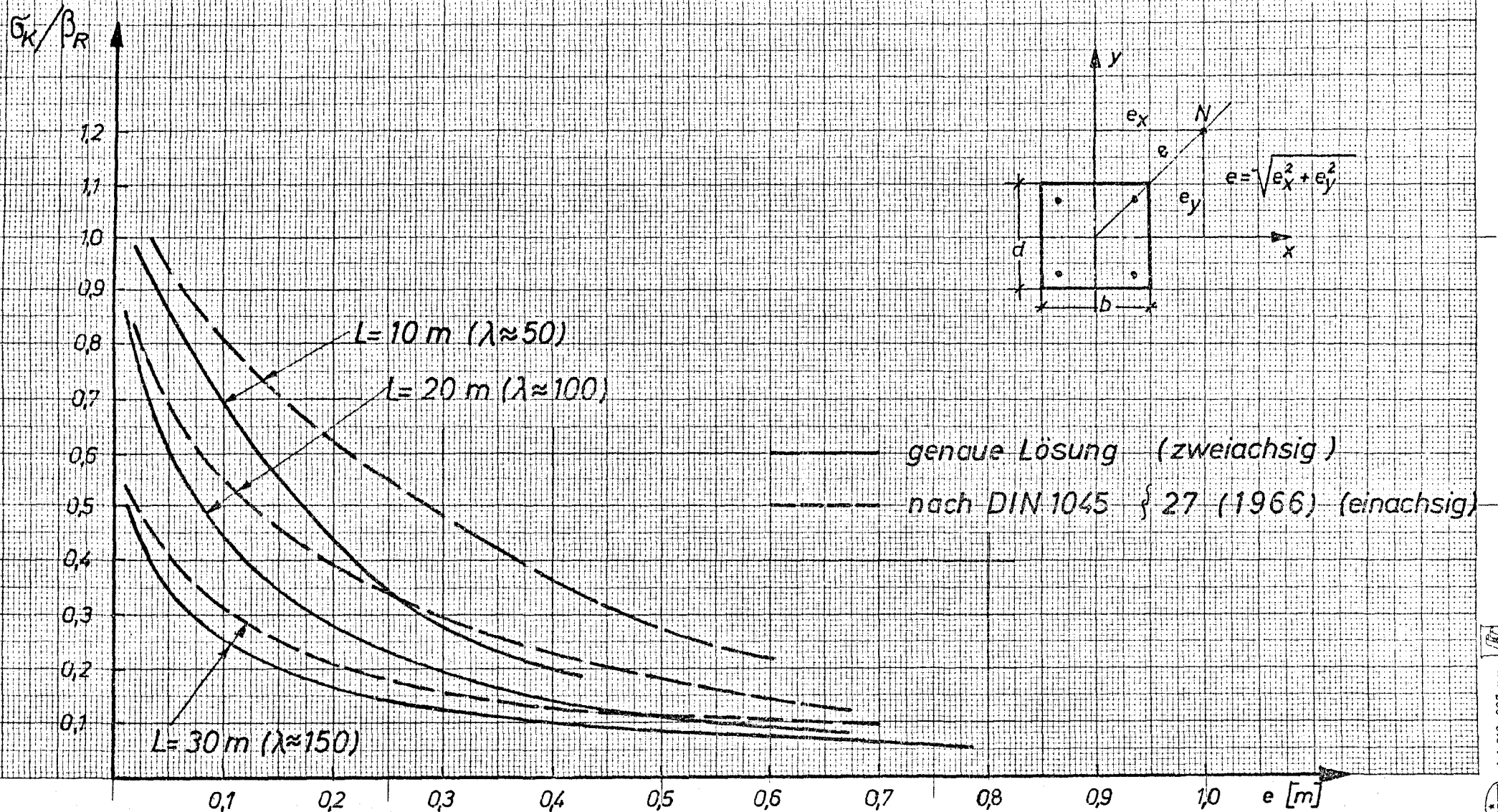
genaue Lösung (zweiachsig)

nach DIN 1045 § 27 (1966) (einachsig)



$$\mu_{ges} = 8 \cdot 10^{-6} \beta_R \left[t/m^2 \right]; \text{ BSt I}$$

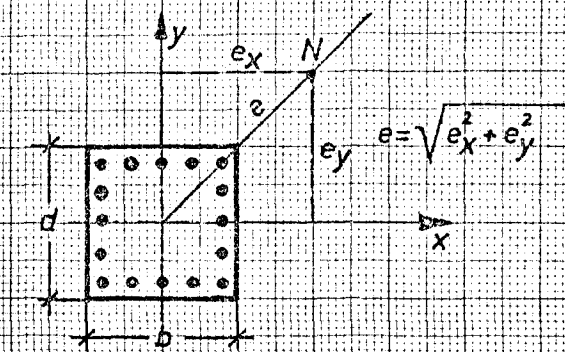
$$b/d = 0,707 / 0,707 \text{ m}$$



σ_K / β_R

$$\mu_{ges} = 32 \cdot 10^{-6} \beta_R [1/m^2]; B St III$$

$$b/d = 0,707 / 0,707 \text{ m}$$



1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1

$L = 10 \text{ m } (\lambda \approx 50)$

$L = 20 \text{ m } (\lambda \approx 100)$

$L = 30 \text{ m } (\lambda \approx 150)$

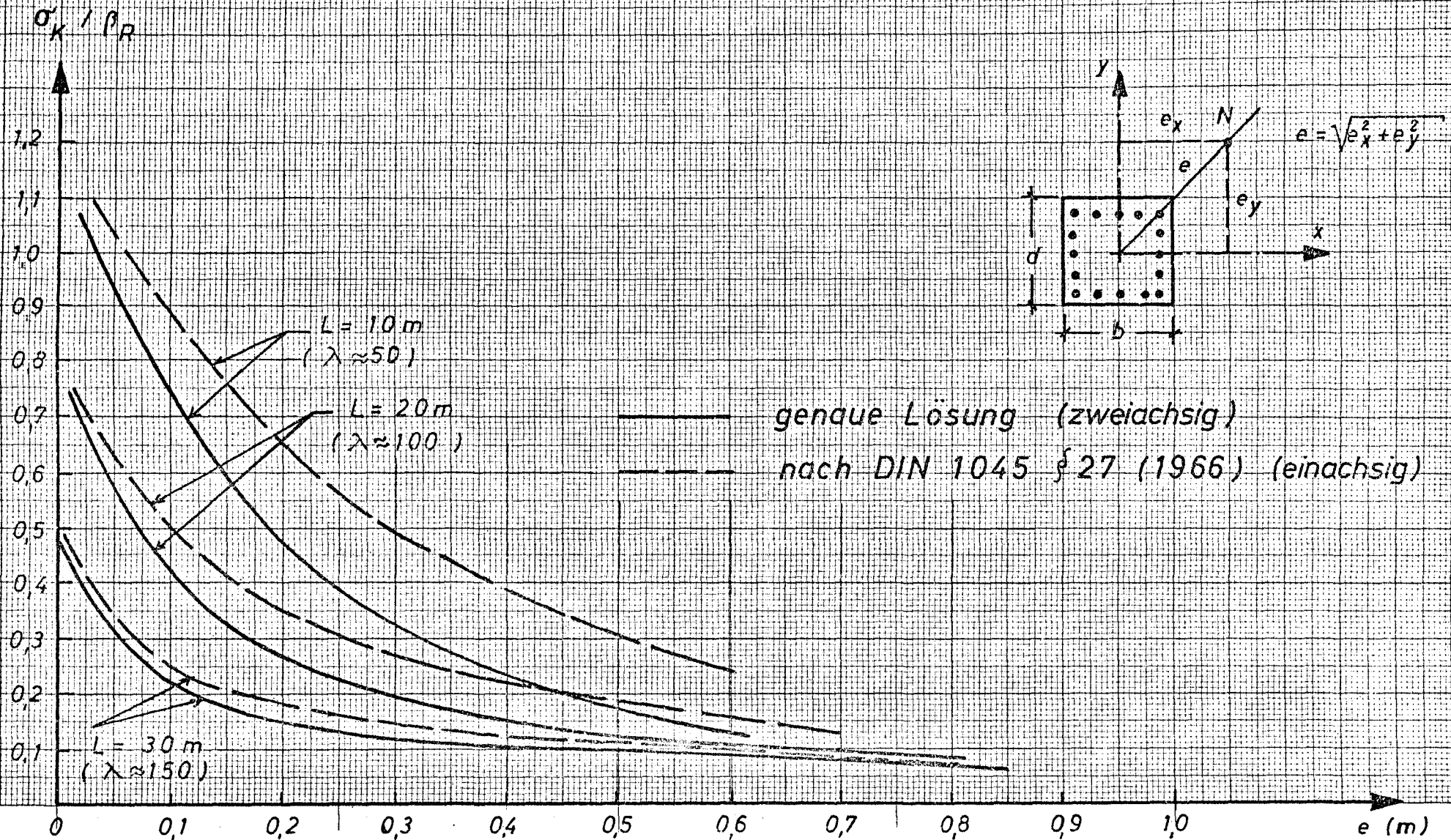
genaue Lösung (zweiachsig)

nach DIN 1045 § 27 (1966) (einachsig)

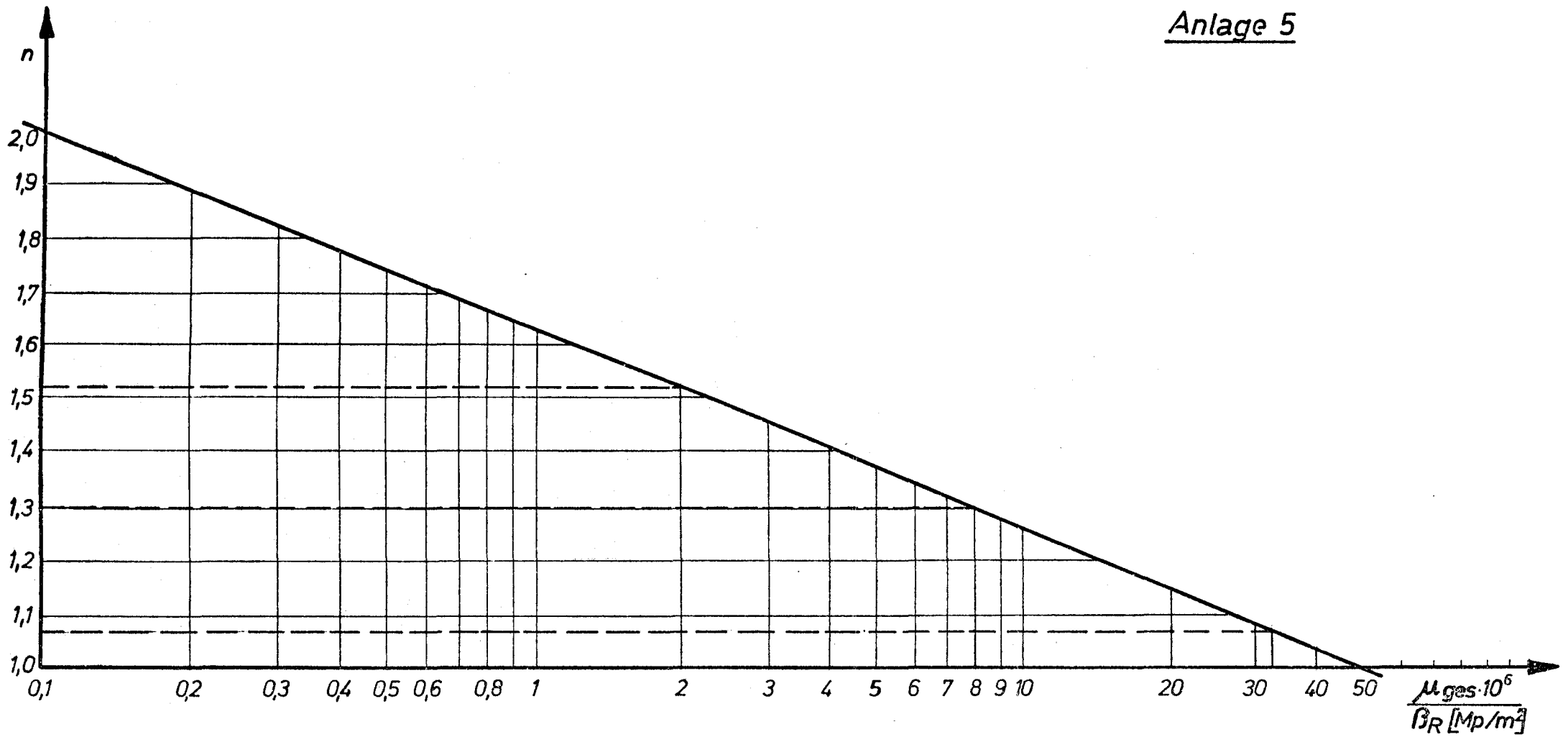
0 0,5 1,0 1,5 2,0 $e [m]$

$$\mu_{ges} = 8 \cdot 10^{-6} \beta_R (t/m^2) \quad , \text{ BSt. III}$$

$$b/d = 0,707/0,707m$$

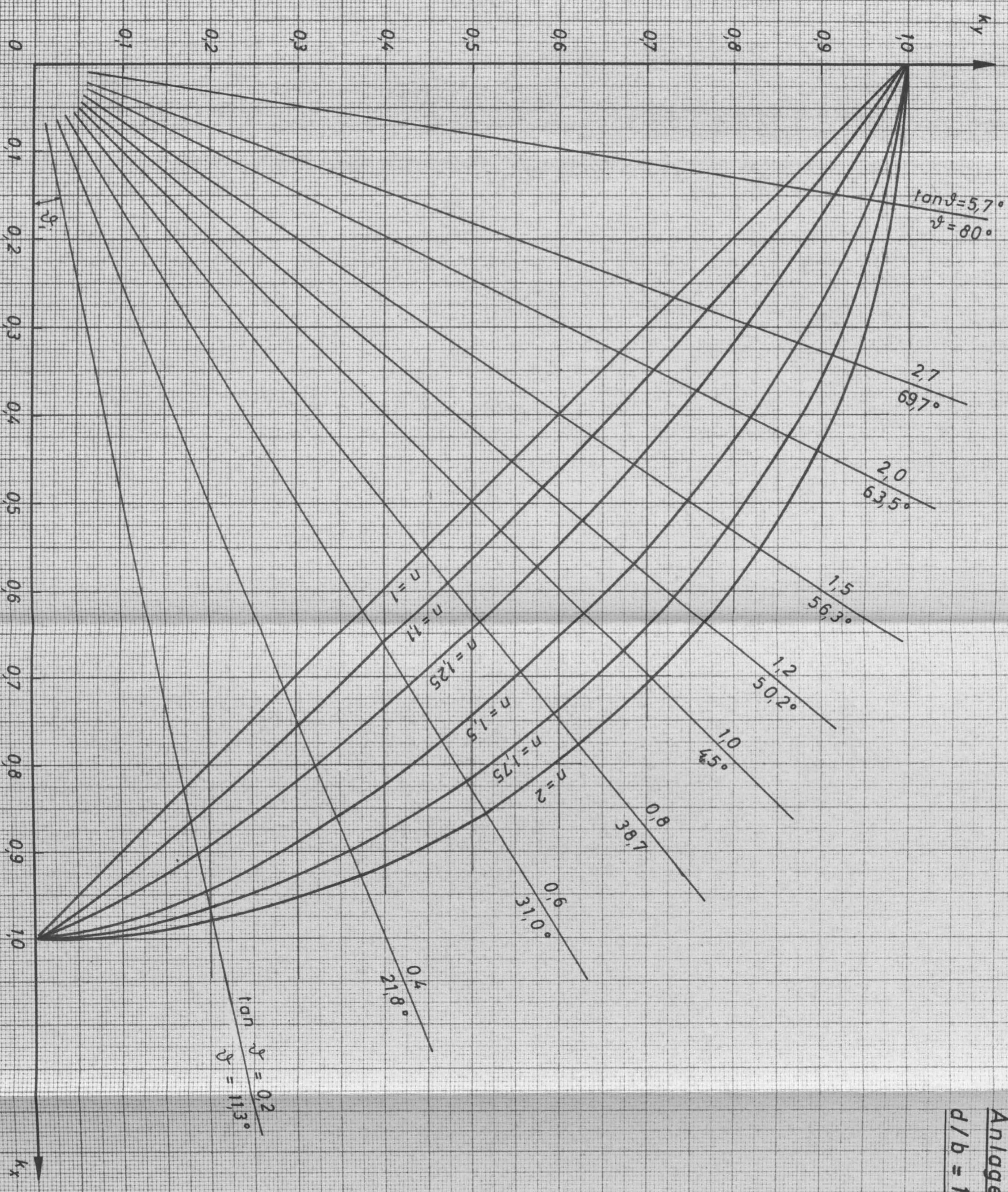


Anlage 5



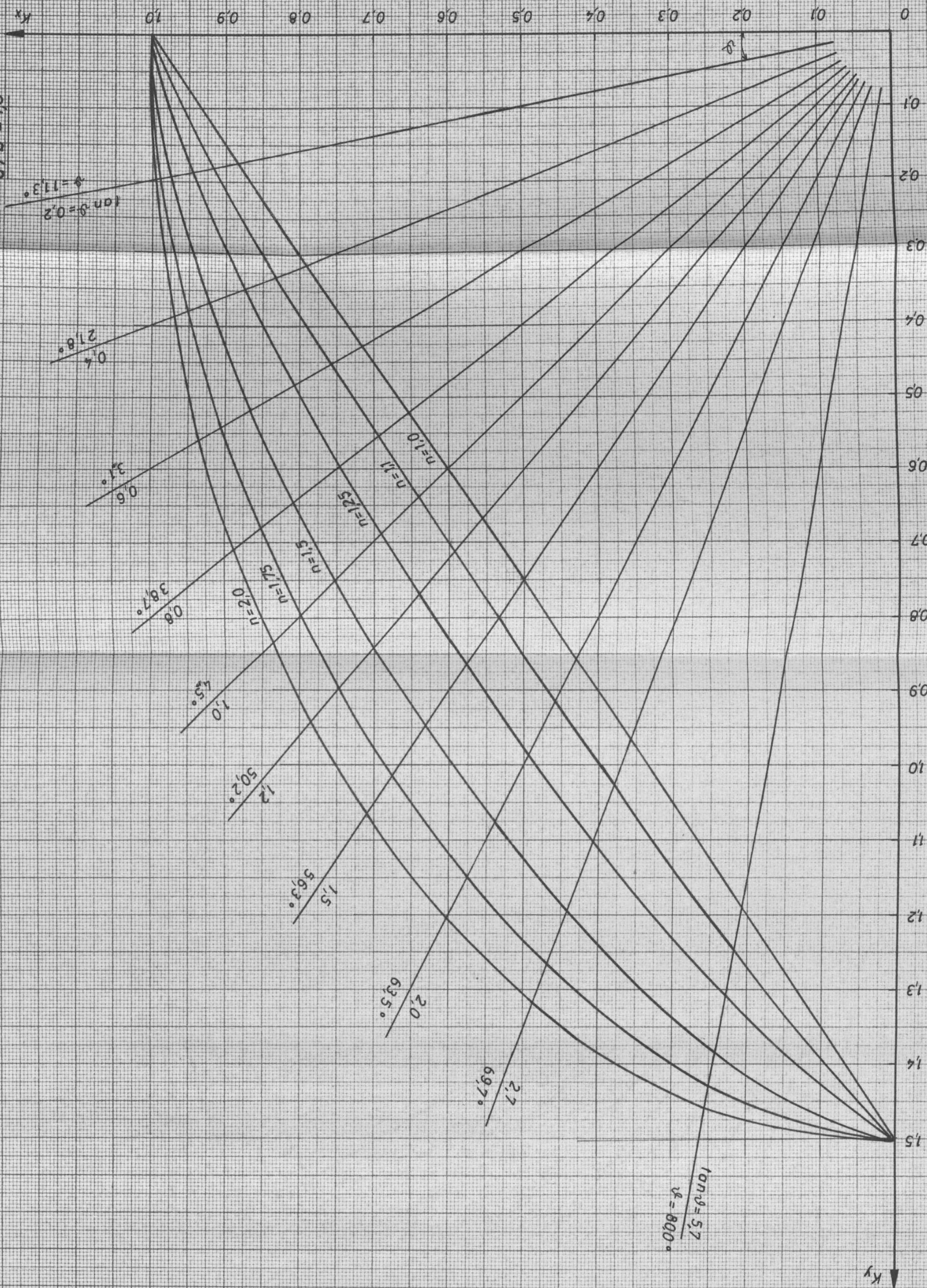
Der Exponent n in Abhängigkeit von μ_{ges}/β_R

Anlage 6
d/b = 1



Anlage 7

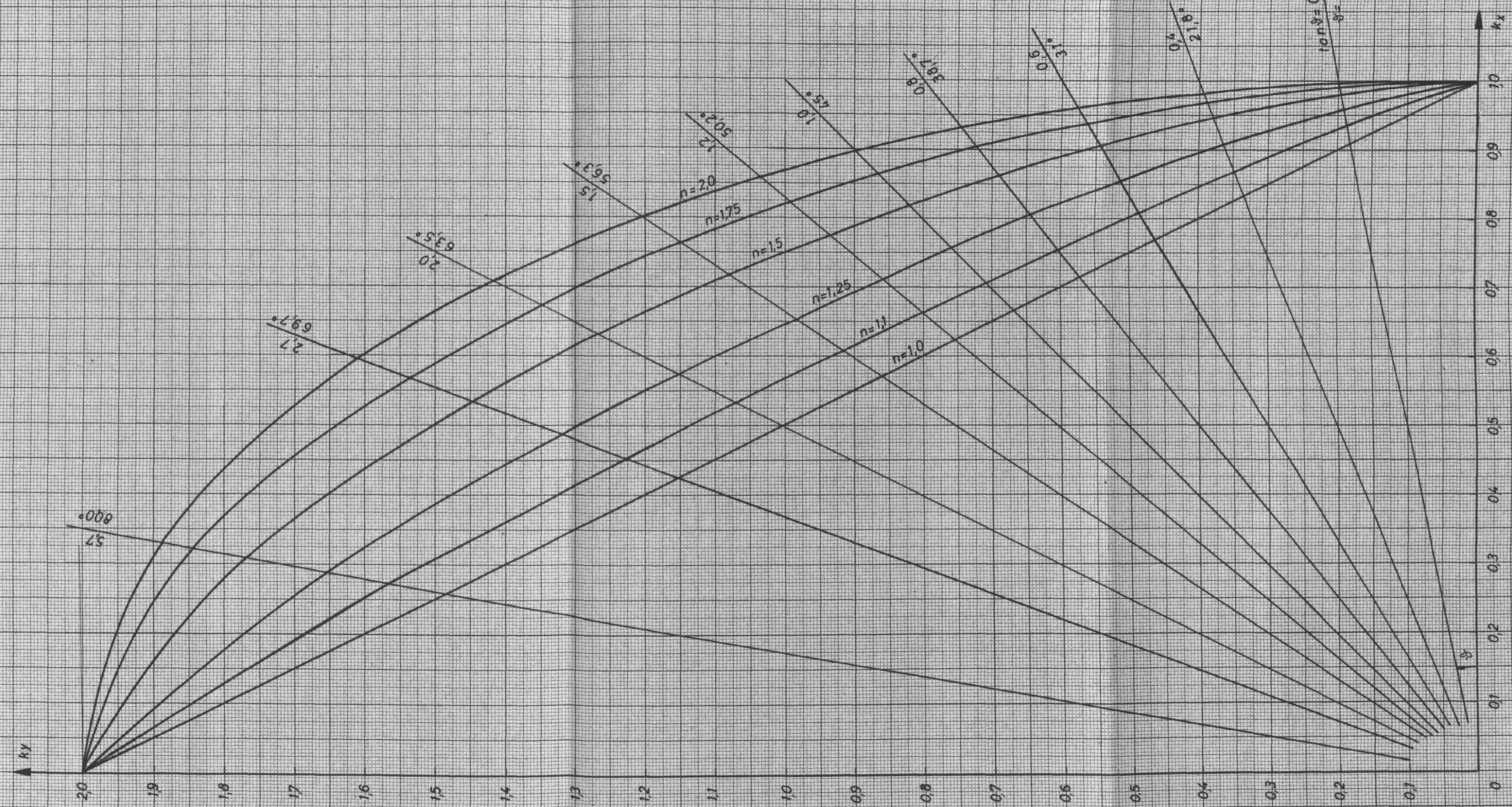
$d/b = 15$

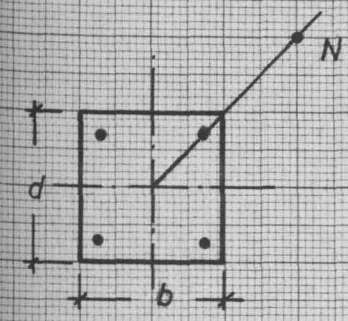


Anlage 8

$d/b = 2$

$\tan \vartheta = 0.2$
 $\vartheta = 11.3^\circ$

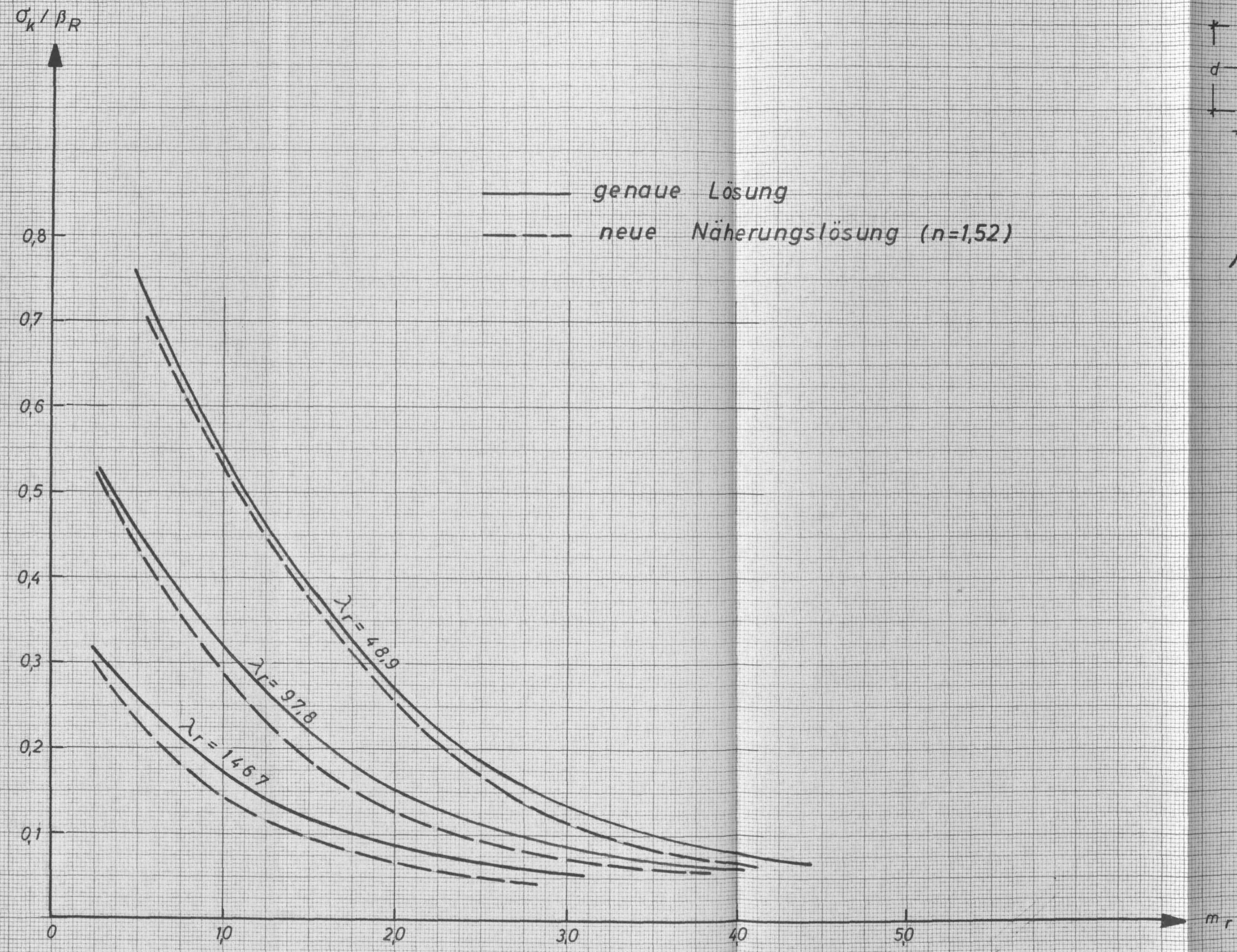




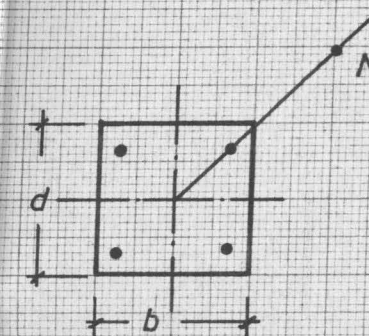
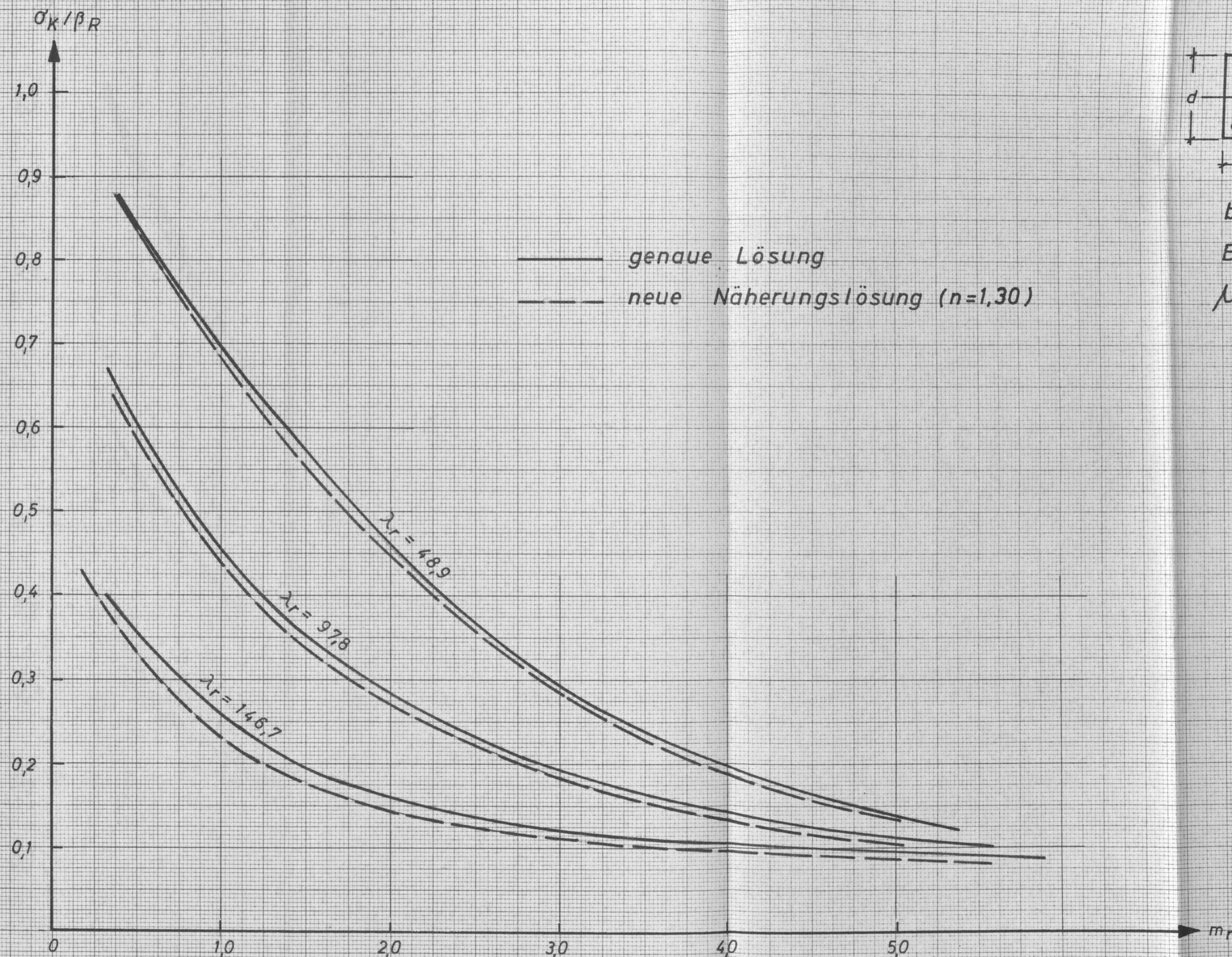
$b/d = 1/1$

B St I

$\mu_{ges.} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \beta_R \text{ (t/m}^2\text{)}$



$n = 1,52$

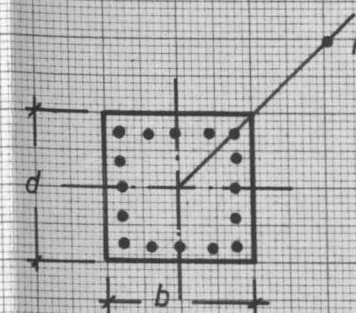


$$b/d = 1/1$$

BSI I

$$\mu_{ges.} = 8 \cdot 10^{-6} \cdot \beta_R \text{ (t/m}^2\text{)}$$

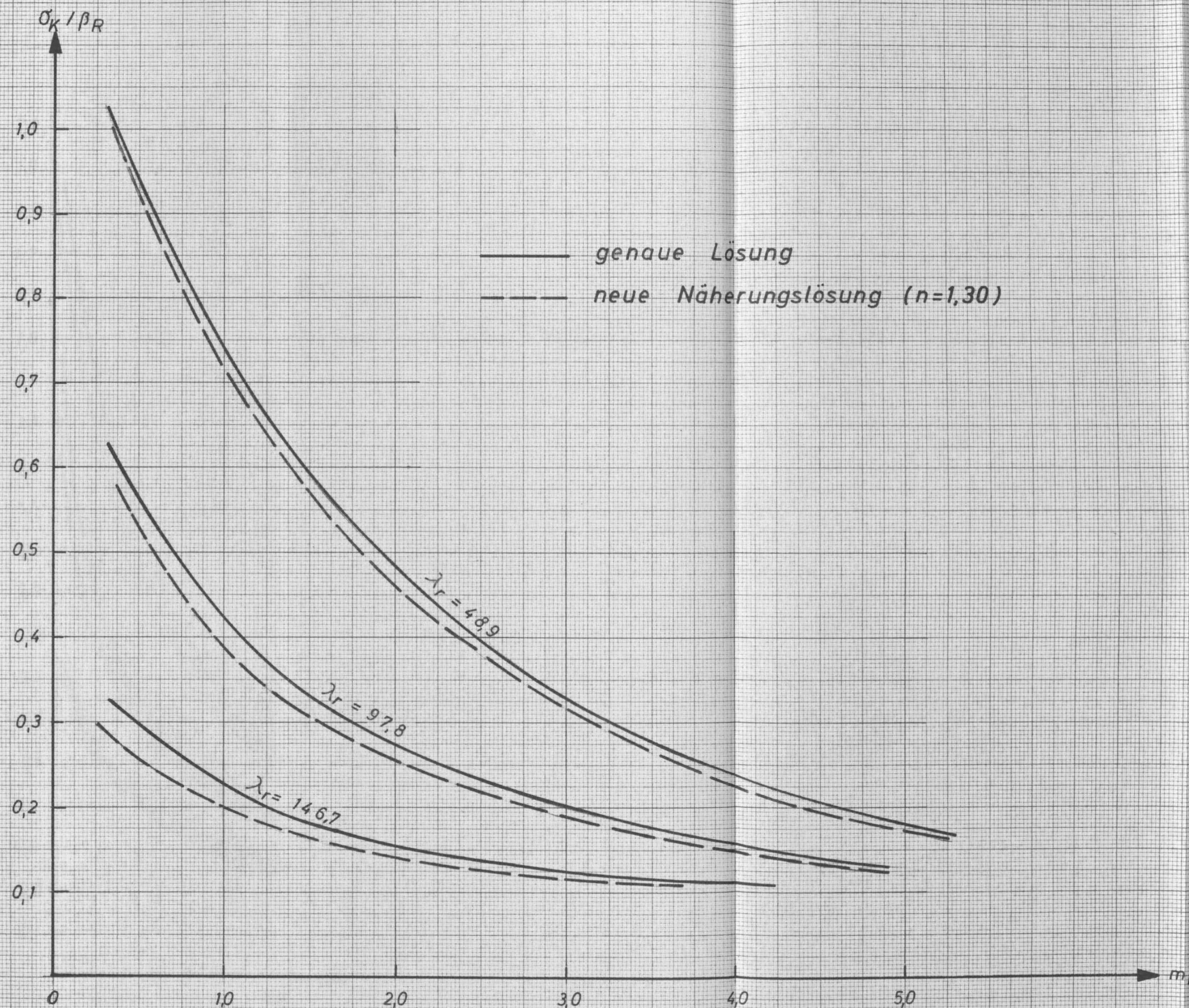
$$n = 1,3$$



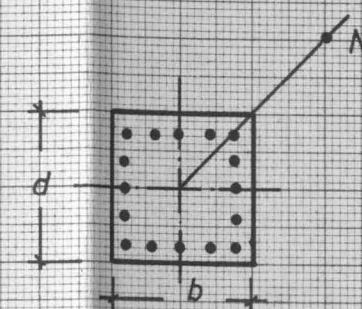
$$b/d = 1/1$$

B St. III

$$\mu_{\text{ges.}} = 8 \cdot 10^{-6} \beta_R (1/\text{m}^2)$$



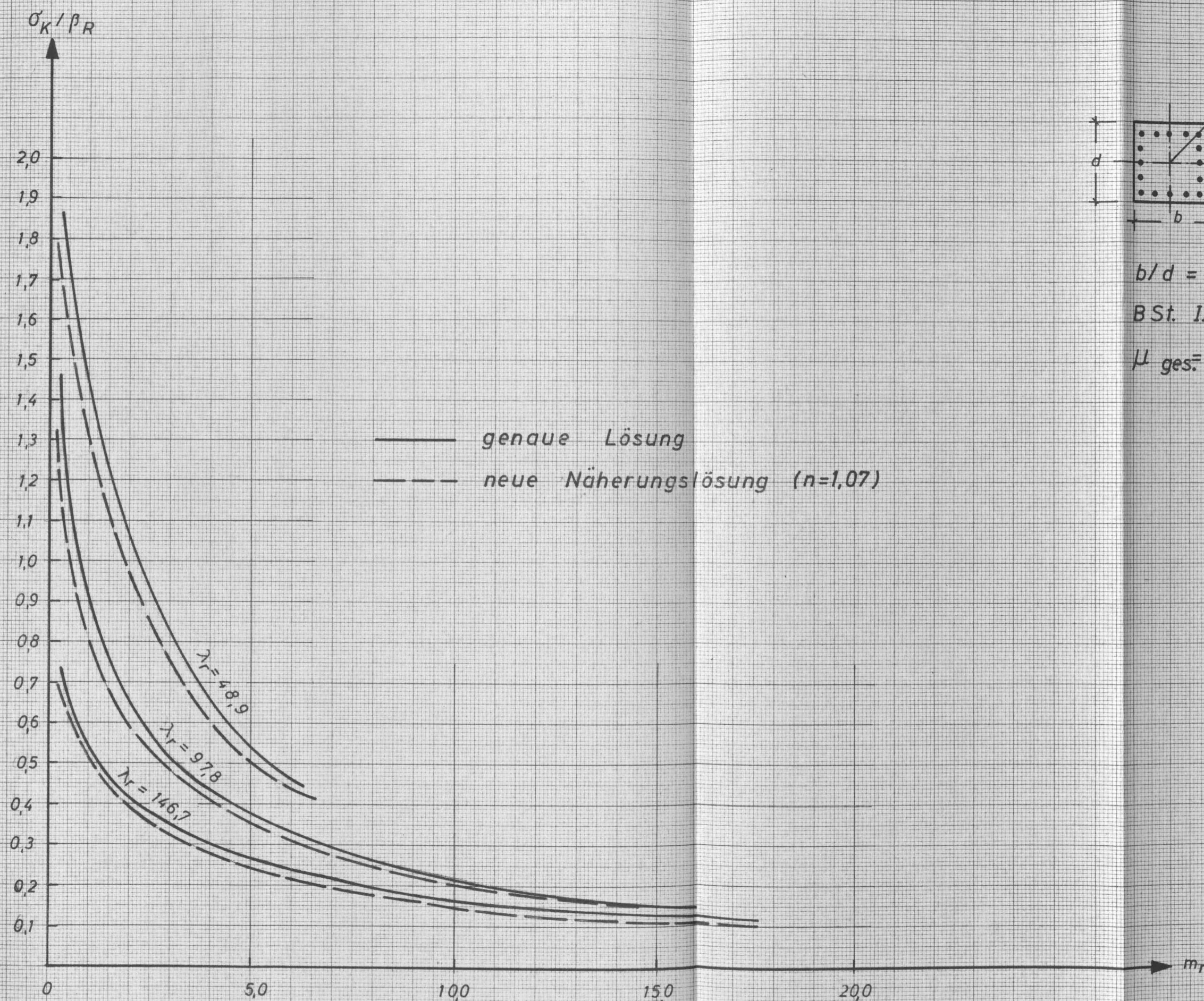
$$n = 1,30$$



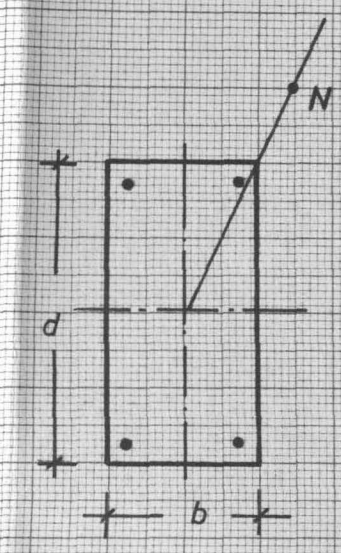
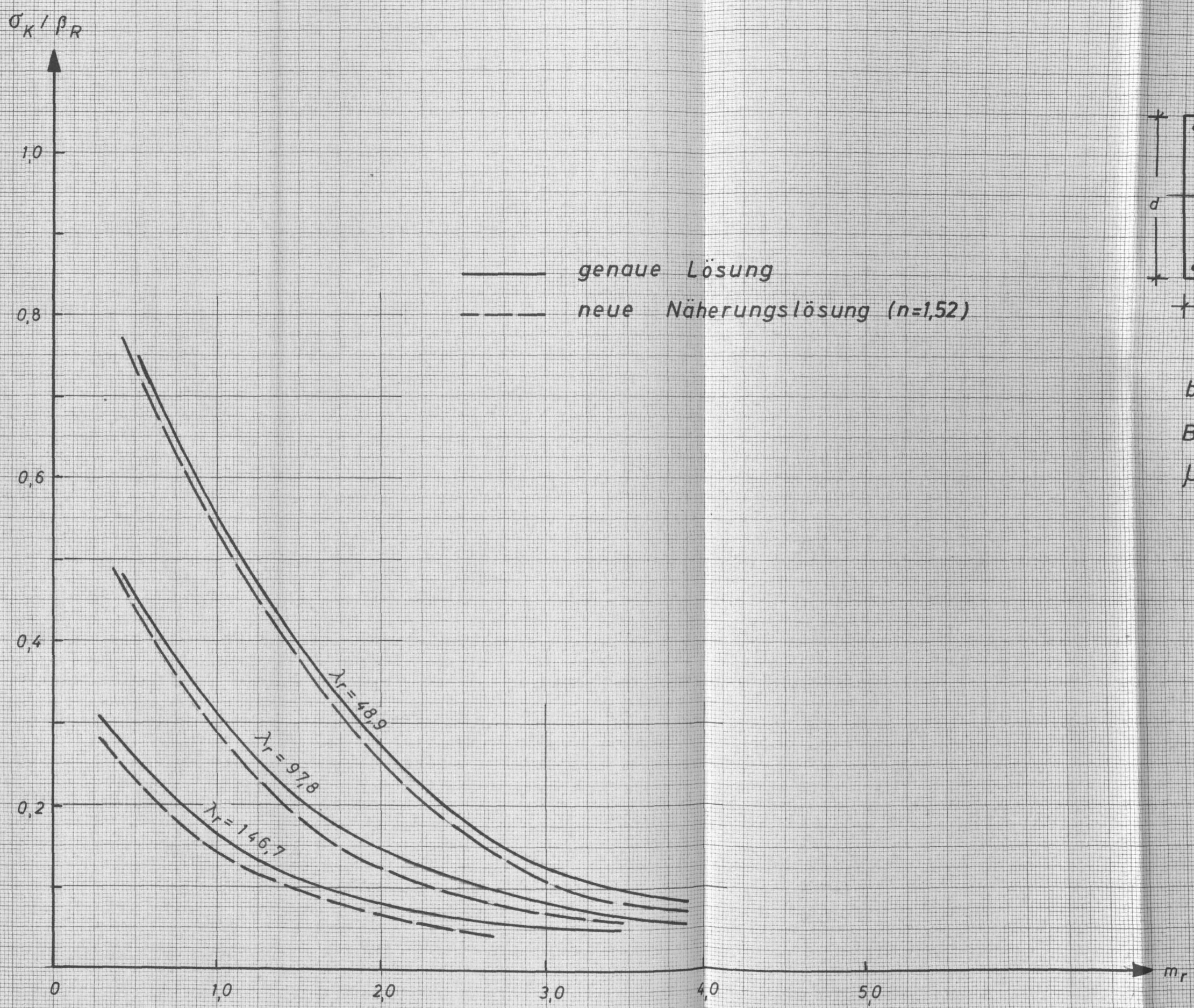
$$b/d = 1/1$$

B St. III

$$\mu_{\text{ges}} = 32 \cdot 10^{-6} \beta_R \text{ (t/m}^2\text{)}$$

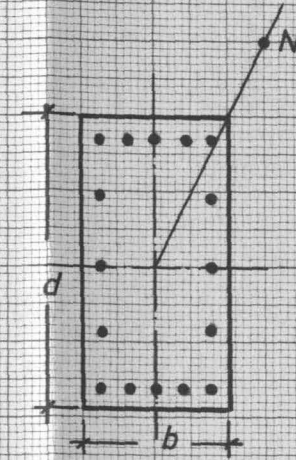


$$n = 1,07$$



$b/d = 1/2$
B St. I
 $\mu_{ges.} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \beta_R \text{ (t/m}^2\text{)}$

$n = 1,52$

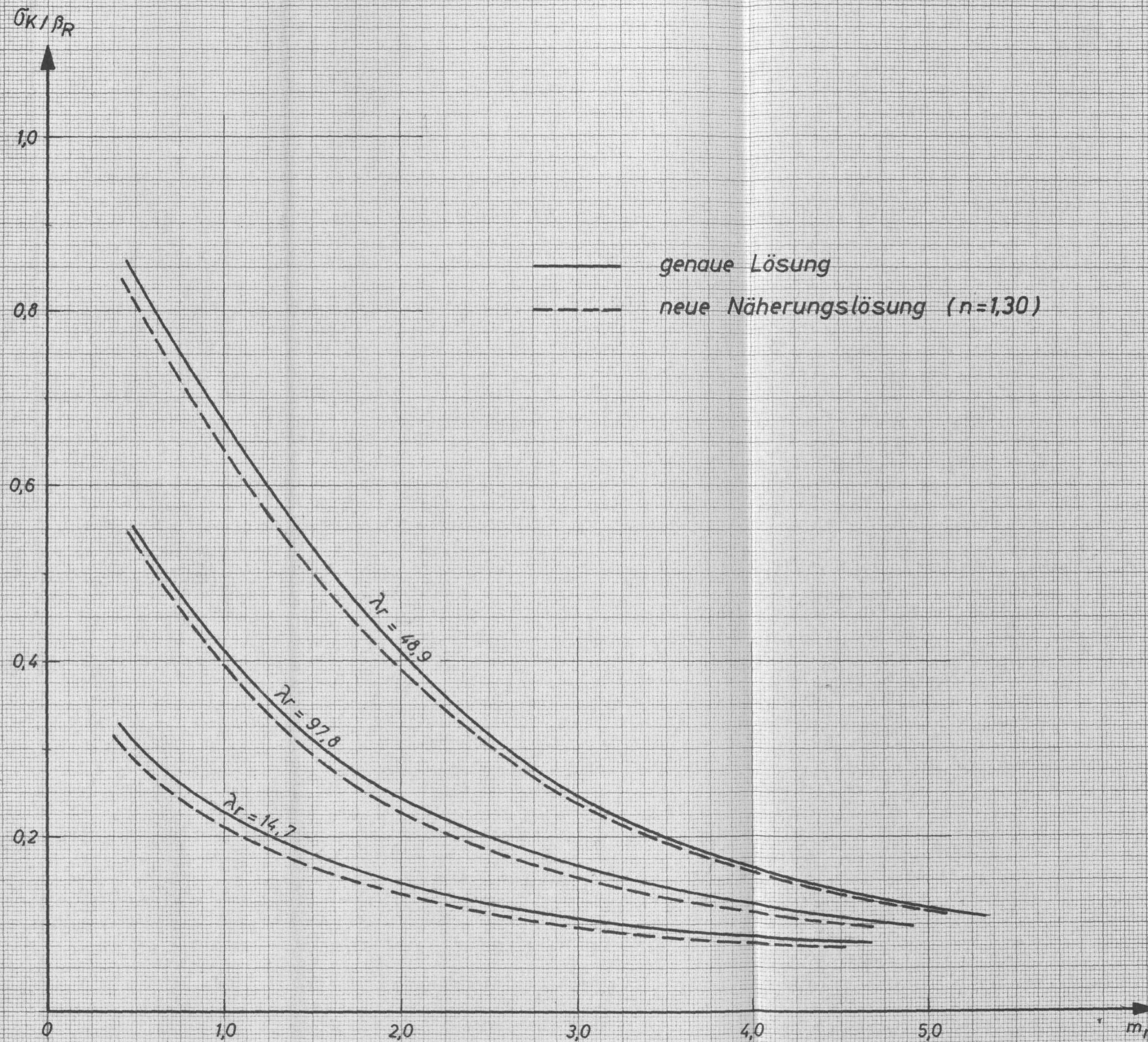


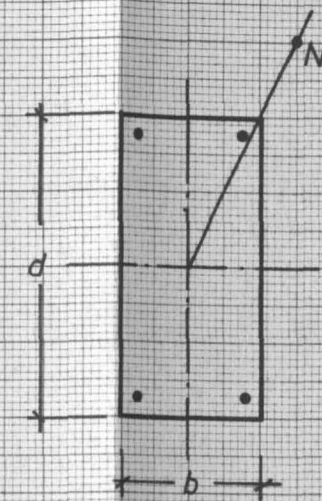
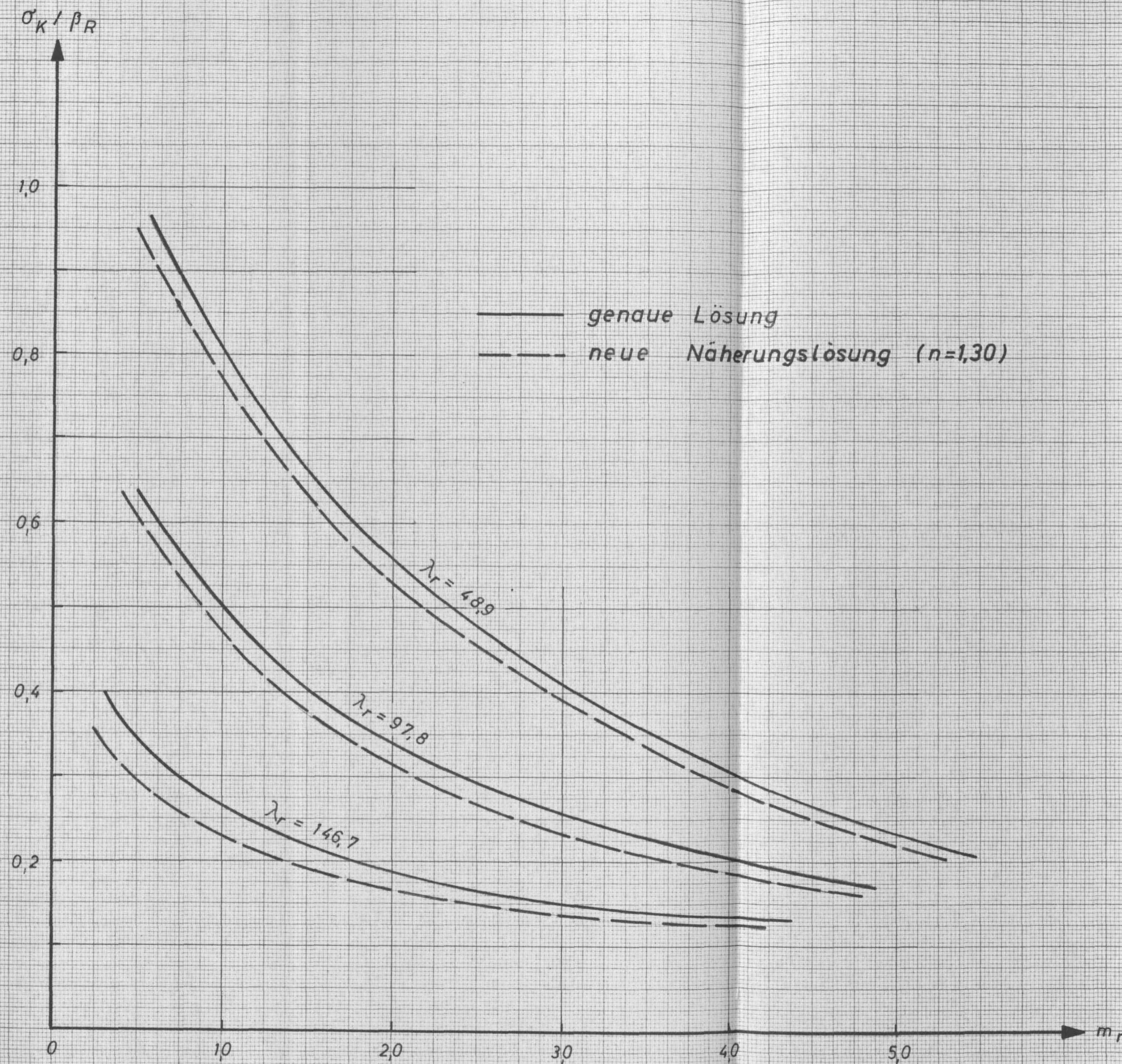
$$b/d = 1/2$$

B St. I

$$\mu_{ges.} = 8 \cdot 10^{-6} \beta_R (t/m^2)$$

$$n = 1,30$$



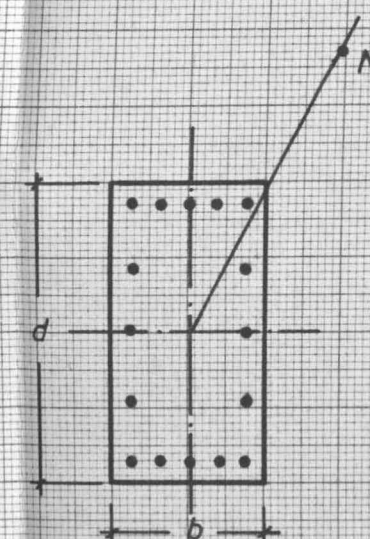


$$b/d = 1/2$$

BSt. III

$$\mu_{ges.} = 8 \cdot 10^{-6} \cdot \beta_R \text{ (t/m}^2\text{)}$$

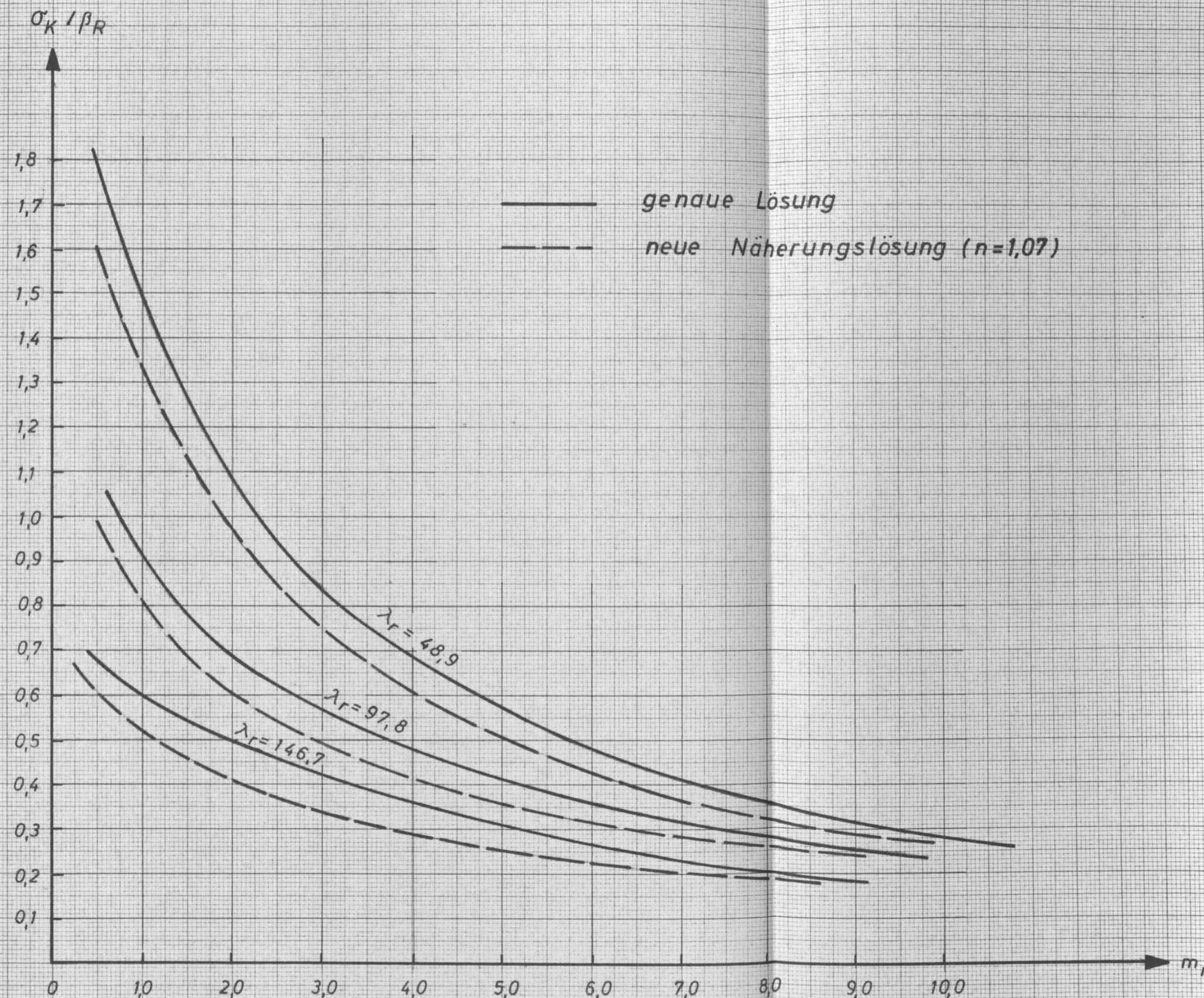
$$n = 1,30$$



$$b/d = 1/2$$

BSt. III

$$\mu_{ges.} = 32 \cdot 10^{-6} \cdot \beta_R \text{ (t/m}^2\text{)}$$



$$n = 1,07$$

Anlage 17

$$\mu_{ges} = 8 \cdot 10^{-6} \beta_R (t/m^2), \text{ BSt I}$$

$$b/d = 0,707 / 0,707 m$$

σ_K / β_R



1,2

1,1

1,0

0,9

0,8

0,7

0,6

0,5

0,4

0,3

0,2

0,1

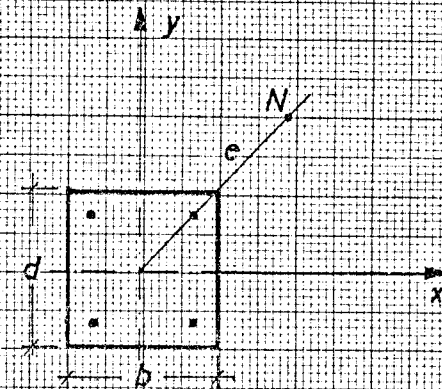
0

genaue Lösung

Näherungslösung, $n=1,3$

Näherungslösung, $n=10$

$L_K = 10m$
 $L_K = 20m$
 $L_K = 30m$
 $(\lambda = 50)$



0,1

0,2

0,3

0,4

0,5

0,6

0,7

0,8

0,9

1,0

$e(m)$

$$\mu_{\text{ges.}} = 8 \cdot 10^{-6} \beta_R \text{ (t/m}^2\text{)}, \text{ BSt III}$$

$$b/d = 0,707 / 0,707 \text{ m}$$

σ_K / β_R

1,2

1,1

1,0

0,9

0,8

0,7

0,6

0,5

0,4

0,3

0,2

0,1

0

0,1

0,2

0,3

0,4

0,5

0,6

0,7

0,8

0,9

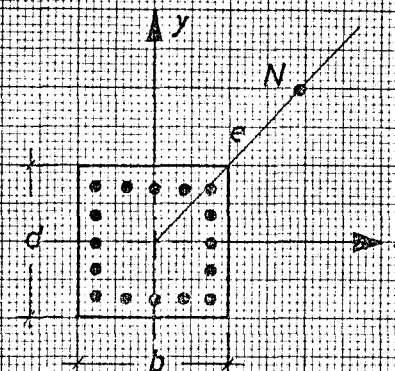
1,0

$e \text{ (m)}$

genaue Lösung

Näherungslösung, $n=1,3$

Näherungslösung, $n=1,0$



A 4 210x297 mm

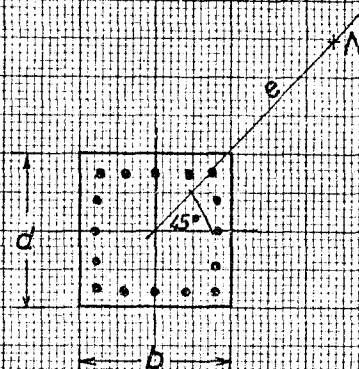
SELIG

Anlage 19

$$\mu_{\text{ges}} = 32 \cdot 10^{-6} \cdot \beta_R \text{ (Mp/m}^2\text{)}$$

BSt III

$$b/d = 0,707/0,707 \text{ (m/m)}$$



— genaue Lösung (schiefe Biegung)

- - - Näherungslösung ($m_r = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$)

0,5

1,0

1,5

$l_R = 10m$ $l_K = 10m$

$l_K = 20m$

$l_K = 20m$

$l_K = 30m$

$l_K = 30m$

$e(m)$

0,5

1,0

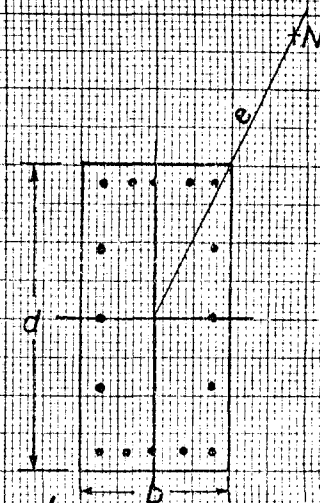
1,5

2,0

Anlage 20

$$\mu_{\text{ges}} = 32 \cdot 10^{-6} \cdot \beta_R \text{ (Mp/m}^2\text{)} \quad \text{BSt III}$$

$$b/d = 0,56/1,12 \text{ (m/m)}$$



G_K/β_R

15

10

0,5

0,5

1,0

15

20

e/b

— genaue Lösung (schiefe Biegung)

--- Näherungslösung ($m_r = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$, $\lambda_r = 3,47 \frac{l_k}{b}$)

... Näherungslösung ($m_r = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$, $\lambda_r = 3,47 \frac{l_k}{d}$)

$l_k = 20m$

$l_k = 10m$

$l_k = 10m$

$l_k = 10m$

$l_k = 20m$

$l_k = 20m$

$l_k = 30m$

$l_k = 30m$

$l_k = 30m$

Tafel 1 : Zusammenstellung der Stützenversuche nach Gaede [10]

Versuch	Stützenabmessungen					Beton			Bewehrung										Schlankheit		Exzentrizität			Traglast (gemessen)		rechnerische Traglast	$\frac{\sigma_{k,r}}{\sigma_{k,v}}$
	b	d	F _b	l	L _k	Alter	β _w ¹⁾	β _p ²⁾	längs						quer			L _k /b	λ _r ³⁾	η	e	m _r ⁴⁾	N _{k,v}	σ _{k,v} =N _{k,v} /F _b	σ _{k,r} =N _{k,r} /F _b	$\frac{\sigma_{k,r}}{\sigma_{k,v}}$	
									Güte	Anzahl	Ø	μ _{ges}	b'/b	β _s	Güte	Ø	a										St.
cm	cm	cm ²	cm	cm	Tage	kp/cm ²	kp/cm ²	St.	—	mm	% v. F _b	—	kp/cm ²	St.	mm	cm	—	—	°	cm	—	Mp	kp/cm ²	kp/cm ²	—		
III 1	12,4	12,4	1,54	353	358	20	292		I	4	7	1,0	0,125	2960		2	10	28,9	100	45	2,5	1,41	9,00	58,5	65,3	1,12	
III 2	„	„	„	„	„	28	292		„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	10,50	68,2	65,3	0,96	
IV 1	„	„	„	„	„	27	318		„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	6,2	3,48	4,72	30,7	29,5	0,96	
V 1	„	„	„	335	340	42	295	nicht angegeben	„	„	„	„	„	„	nicht angegeben	„	„	27,4	95	„	2,5	1,41	10,50	68,2	71,5	1,05	
V 2	„	„	„	„	„	58	294		„	„	„	„	„	„		„	„	„	„	„	„	„	„	11,20	72,8	71,4	0,98
V 3	„	„	„	„	„	51	299		„	„	„	„	„	„		„	„	„	„	„	„	„	„	11,00	71,5	72,3	1,01
VI 1	„	„	„	„	„	47	295		„	„	„	„	„	„		„	„	„	„	„	„	6,2	3,48	5,08	33,0	27,3	0,83
VI 2	„	„	„	„	„	43	284		„	„	„	„	„	„		„	„	„	„	„	„	„	„	5,00	32,5	26,3	0,81
VI 3	„	„	„	„	„	31	321	nicht	„	„	„	„	„	„	nicht	„	„	„	„	„	„	„	„	6,40	41,6	29,4	0,71
VI 4	„	„	„	„	„	77	208		„	„	„	„	„	„		„	„	„	„	„	„	„	„	4,82	31,3	23,3	0,70
VI 5	„	„	„	„	„	103	248		„	„	„	„	„	„		„	„	„	„	„	„	„	„	4,80	31,2	25,4	0,81

1) Würfelfestigkeit bei Versuch

2) Prismenfestigkeit bei Versuch

3) $\lambda_r = L_k / i_r$; i_r nach Gl.(2)

4) $m_r = \frac{e}{K_r}$; K_r nach Gl.(3)

Mittelwert $\frac{\sigma_{k,r}}{\sigma_{k,v}} = 0,905$

Standardabweichung $S = 13,9 \%$

Variationskoeffizient $V = 15,4 \%$

Tafel 2 : Zusammenstellung der Stützenversuche nach Kordina [11]

Versuch	Stützenabmessungen					Beton			Bewehrung							quer			Schlankheit		Exzentrizität			Traglast (gemessen)		rechnerische Traglast	$\frac{\sigma_{k,r}}{\sigma_{k,v}}$
	b	d	F _b	l	L _k	Alter	β _w ¹⁾	β _p ²⁾	Güte	Anzahl	Ø	μ _{ges}	b'/b	β _s	Güte	Ø	a	L _k /b	λ _r ³⁾	γ	e	m _r ⁴⁾	N _{k,v}	σ _{k,v} =N _{k,v} /F _b	σ _{k,r} =N _{k,r} /F _b		
cm	cm	cm ²	cm	cm	Tage	kp/cm ²	kp/cm ²	St.	—	mm	% v. F _b	—	kp/cm ²	St.	mm	cm	—	—	°	cm	—	Mp	kp/cm ²	kp/cm ²	—		
III a	17,25	17,30	298,43	498,0	514,5	574	600	422	I	4	10	1,06	0,122	2998	I	6	13,1	29,8	104	45	6,11	2,41	11,5	38,7	35,9	0,93	
III b	17,10	17,70	302,50	498,5	„	224	461	331	„	„	„	1,05	„	„	„	„	„	30,0	„	„	2,05	0,82	33,2	109,8	95,0	0,86	
III c	17,15	17,50	300,13	498,0	„	323	418	328	„	„	„	1,06	„	„	„	„	„	„	„	„	12,23	4,92	5,4	18,0	16,1	0,90	
III d	17,20	17,45	300,14	„	„	472	487	358	„	„	„	„	„	„	„	„	„	29,9	„	22,5	2,64	1,03	22,0	73,3	81,7	1,11	
IV a	17,30	17,50	302,75	„	„	693	381	269	„	„	14	2,06	0,134	2735	„	„	„	29,7	„	„	6,62	2,63	13,0	42,9	48,7	1,13	
IV b	17,15	17,20	294,98	498,5	„	899	367	297	„	„	„	2,12	„	„	„	„	„	30,0	„	„	13,07	5,22	7,5	25,4	25,4	1,00	
IV c	17,10	17,20	294,12	498,0	„	879	460	364	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	2,63	1,03	29,6	100,6	120,0	1,20	
IV d	17,20	17,60	302,72	„	„	409	600	426	„	„	20	4,06	0,151	2704	„	8	„	29,9	„	„	6,66	2,70	22,4	74,0	85,2	1,15	
V a	17,30	17,30	299,29	498,5	„	35	513	349	III b	„	10	1,10	0,122	4528	„	6	„	29,7	„	„	6,62	2,55	12,5	41,8	40,5	0,95	
V b	17,30	17,35	300,16	498,0	„	590	554	424	„	„	„	1,08	„	„	„	„	„	„	„	„	6,13	2,42	15,0	50,0	46,3	0,93	
VI	17,25	26,80	462,30	„	„	164	419	345	„	„	12	0,98	0,128	4935	„	„	„	29,8	80	67,5	8,81	2,50	27,0	58,4	54,9	0,94	

1) Würfelfestigkeit bei Versuch

2) Prismenfestigkeit bei Versuch

3) $\lambda_r = L_k / i_r$; i_r nach Gl.(2)

4) $m_r = \frac{e}{K_r}$; K_r nach Gl.(3)

Mittelwert $\frac{G_{k,r}}{G_{k,v}} = 1,01$

Standardabweichung $S = 11,6 \%$

Variationskoeffizient $V = 11,5 \%$